

Algorithme évolutionnaire pour l'optimisation multiobjectif

Alain Berro

alain.berro@irit.fr

Séminaire du 4 novembre 2008 - LAAS

Plan

- Définitions et problématiques
- Le processus évolutionnaire
- Les méthodes agrégées
- Les méthodes non agrégées et non Pareto
- Les méthodes basées sur Pareto
- Synthèse
- Discussion

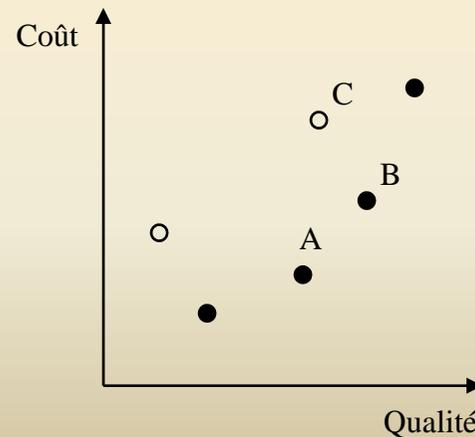
Les problèmes d'optimisation multiobjectifs

- Un producteur de vin
 - ✓ Maximiser sa qualité
 - ✓ Minimiser son coût de production

↗ la qualité → ↗ des coûts moyens

↘ les coûts moyens → ↘ de la qualité

↘ les coûts marginaux par ↗ du volume de production →
↘ coûts moyens mais une perception en ↘ de la qualité

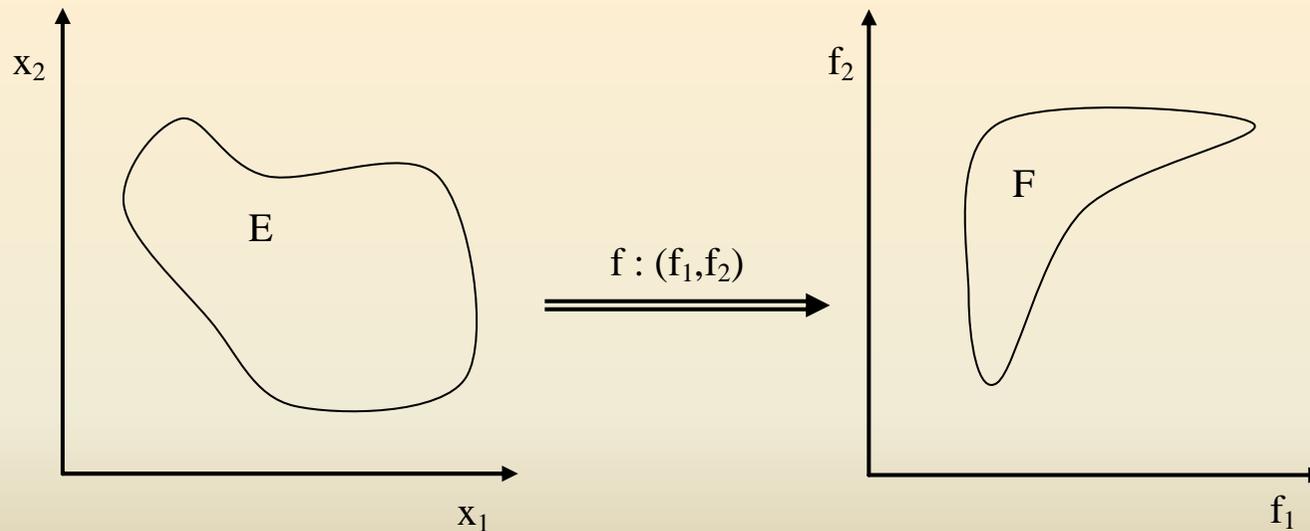


Définitions

- Une **action** (ou un vecteur de décisions) sera notée $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ avec x_i les variables du problème et n le nombre de variables
- Les **contraintes** seront notées $g_i(x)$ avec $i = 1, \dots, m$ et m le nombre de contraintes.
- Le **vecteur de fonctions objectifs** sera noté $f : f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$ avec f_i les objectifs (ou critères de décision) et k le nombre d'objectifs.
- On recherche l'action x^* telle que les contraintes $g_i(x^*)$ soient satisfaites pour $i = 1, \dots, m$ et qui optimise la fonction $f : f(x^*) = (f_1(x^*), f_2(x^*), \dots, f_k(x^*))$

Définitions

- L'ensemble des domaines de définition de chaque variable et les contraintes forment un ensemble E que nous appellerons l'**ensemble des actions réalisables**. Nous appellerons F l'**ensemble des objectifs réalisables**.



Problématiques

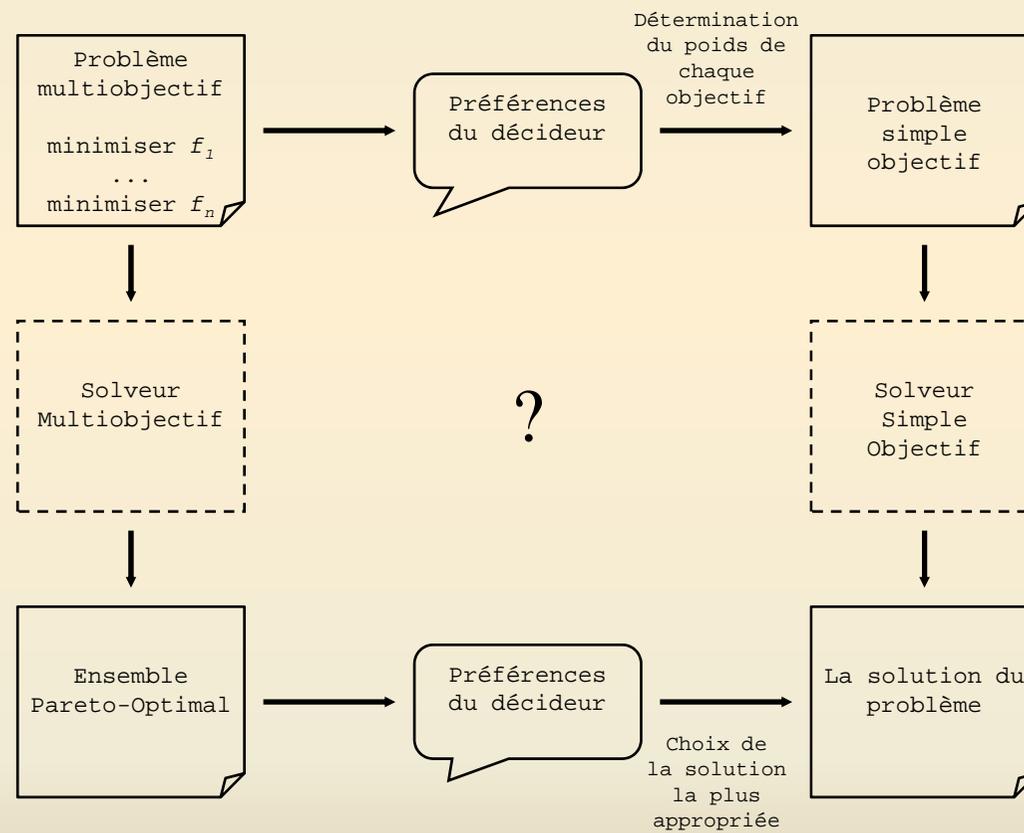
- Difficulté à établir une définition de l'optimum

Le décideur peut simplement exprimer le fait qu'une solution est préférable à une autre mais il n'existe pas une solution meilleure que toutes les autres.

- Recherche d'un ensemble de solutions satisfaisantes

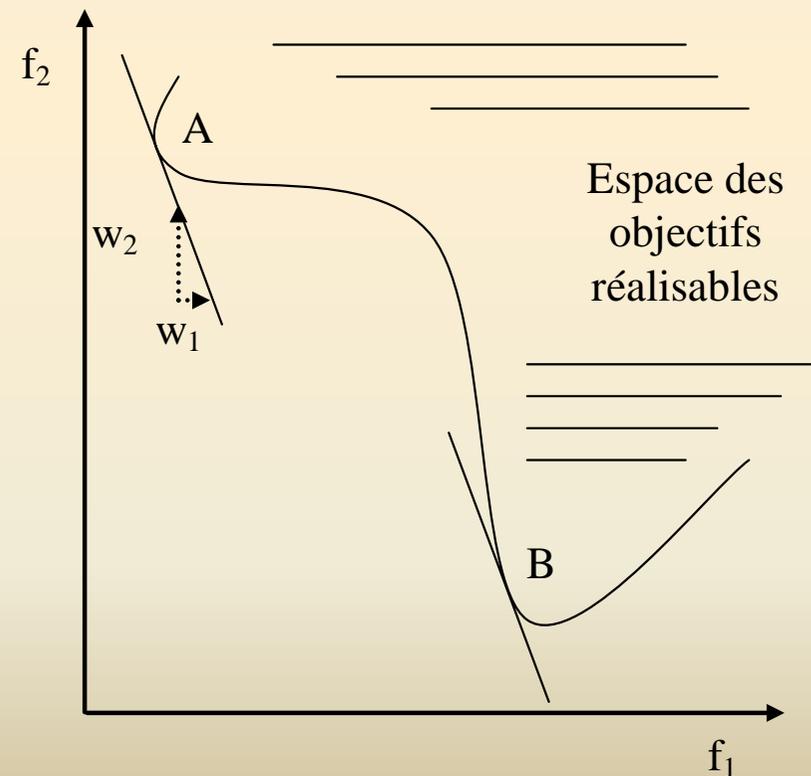
Cet ensemble doit être représentatif.

Problématiques



Problématiques

- Minimisation de f_1 et f_2
 - ✓ Si le décideur opte pour une méthode agrégée avec w_1 et w_2 les poids des objectifs
 - ✓ Toutes les solutions sur la portion de courbe entre A et B peuvent satisfaire le décideur



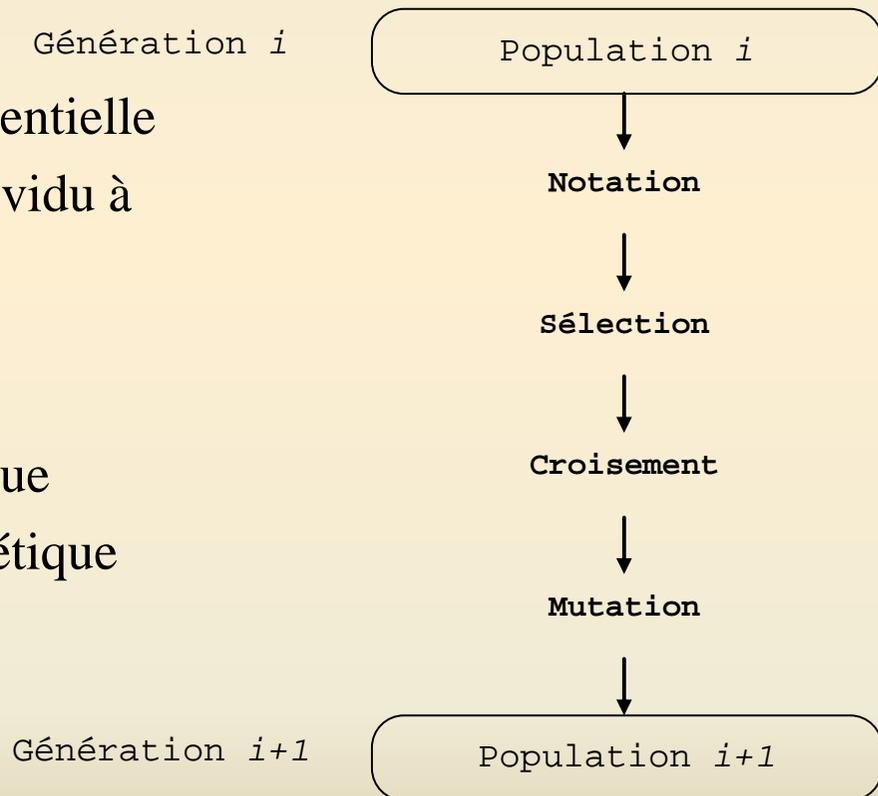
Définition

- L'optimisation multiobjectif peut être simplement définie comme le domaine qui recherche un équilibre tel que **l'on ne peut pas améliorer un critère sans détériorer au moins un des autres critères** (Vilfredo Pareto).
Cet équilibre est appelé **l'optimum de Pareto**.

Le processus évolutif

- Fonctionnement d'un algorithme génétique

- ✓ Population de taille n
- ✓ Un individu : une solution potentielle
- ✓ Notation : adaptation de l'individu à son environnement (fitness)
- ✓ Sélection darwinienne
 - Roulette pipée, tournoi, rang, ...
- ✓ Croisement : brassage génétique
- ✓ Mutation : évite la dérive génétique



Classification des méthodes

- Décideur
 - ✓ Les méthodes a priori (décideur → recherche)
 - ✓ Les méthodes a posteriori (recherche → décideur)
 - ✓ Les méthodes progressives ou interactives (décideur ↔ recherche)
- Concepteur
 - ✓ Les méthodes agrégées
 - ✓ Les méthodes non agrégées et non Pareto
 - ✓ Les méthodes basées sur Pareto

Les méthodes agrégées

- Axiome fondamental
Tout décideur essaie inconsciemment de maximiser une fonction d'utilité.
- Les techniques
 - ✓ La somme pondérée
 - ✓ Goal programming [Charnes 1961]
 - ✓ Le min-max [Coello 1995]
 - ✓ Goal attainment [Chen et Liu 1994]
 - ✓ La méthode ε -contrainte [Ritzel 1994]

Les méthodes agrégées

- Somme pondérée
 - ✓ Cette méthode consiste à additionner tous les objectifs en affectant un coefficient de poids. Ce coefficient représente l'importance relative que le décideur attribue à l'objectif.
- Goal programming [Charnes 1961]
 - ✓ Le décideur fixe **un but T_i à atteindre** pour chaque objectif f_i . Ces valeurs sont ajoutées au problème comme des contraintes. La nouvelle fonction objectif est modifiée de façon à **minimiser la somme des écarts** entre les résultats et les buts à atteindre.
- Le min-max [Coello 1995]
 - ✓ Elle **minimise le maximum de l'écart relatif entre un objectif et son but associé par le décideur.**

Les méthodes agrégées

- Goal attainment
 - ✓ Dans cette approche le décideur spécifie l'ensemble des buts T_i qu'il souhaite atteindre et les poids associés w_i . La solution optimale est trouvée en résolvant le problème suivant : **minimiser** α tel que $T_i + \alpha \cdot w_i \geq f_i(\mathbf{x})$.
- La méthode e-contrainte
 - ✓ Cette méthode est basée sur la minimisation d'un objectif f_i en considérant les autres objectifs contraints par une valeur ε_j .

Les difficultés

Les méthodes agrégées

- Déterminer les différents paramètres
 - ↳ Connaissance à priori
 - ↳ Tests pour déterminer l'influence de chaque objectif
- Exprimer l'interaction entre critères

Corrélation, interchangeabilité / complémentarité, dépendance préférentielle

 - ↳ Intégrale de Choquet ou de Sugeno [Marichal 1999]

Les méthodes non agrégées et non Pareto

- Principe

Elles possèdent un processus de recherche qui traite séparément les objectifs.

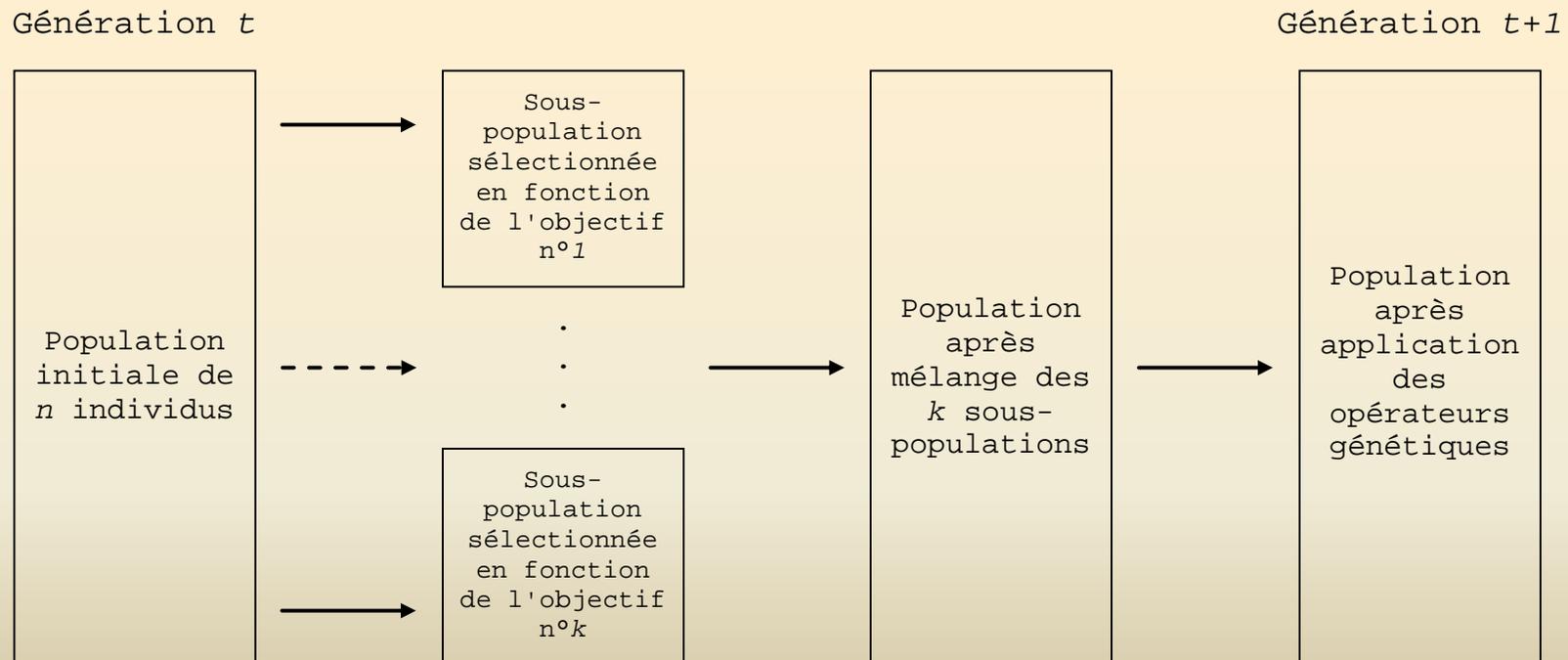
- Techniques

- ✓ Vector Evaluated Genetic Algorithm (VEGA) [Schaffer 1985]
- ✓ Utilisation de genres [Allenson 1992, Lis et Eiben 1996]
- ✓ La méthode lexicographique [Fourman 1985]
 - Les objectifs sont classés par ordre de préférence
- ✓ A Non Generational Genetic Algorithm [Valenzuela et Uresti 1997]
 - La **fitness** est calculée de façon incrémentale (domination et voisinage) : réduisent le problème à deux objectifs

VEGA

Les méthodes non agrégées et non Pareto

- La seule différence avec un algorithme génétique est la manière dont s'effectue la **sélection**, n individus et k objectifs.

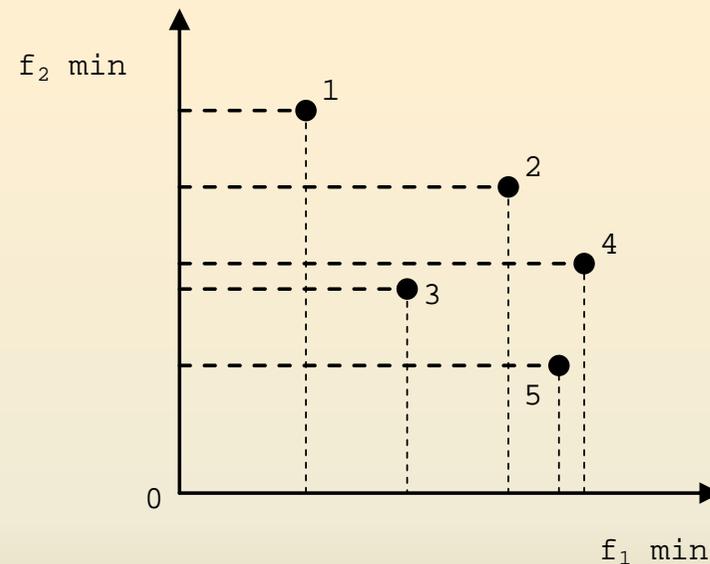


Les méthodes basées sur Pareto

- Vilfredo Pareto : « Il existe un équilibre tel que l'on ne peut pas améliorer un critère sans détériorer au moins un des autres critères »
- La notion de dominance

Un point $x \in E$ domine $x' \in E$ si
 $\forall i, f_i(x) \leq f_i(x')$ avec
au moins un i tel que $f_i(x) < f_i(x')$

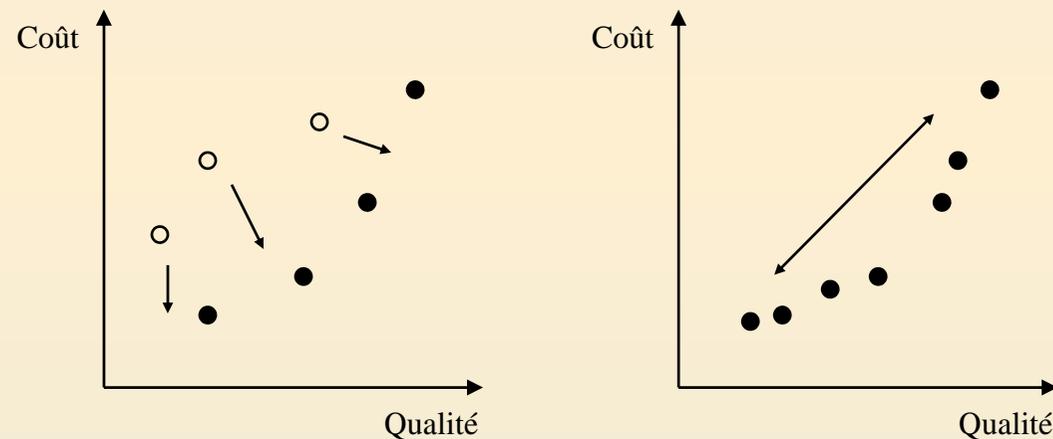
- La frontière de Pareto
Ensemble de tous les points Pareto-optimaux



Les méthodes basées sur Pareto

- Objectifs

- ✓ Guider le processus de recherche vers la frontière de Pareto



- ✓ Maintenir la diversité des solutions
- ✓ Assurer une bonne répartition des solutions sur la frontière

Les méthodes basées sur Pareto

- Les méthodes non élitistes
 - ✓ Ne conservent pas les individus Pareto-optimaux
 - ✓ Maintiennent difficilement la diversité sur la frontière de Pareto
 - ✓ La convergence vers la frontière de Pareto est lente
- Les méthodes élitistes
 - ✓ Utilisent une population externe (archive)
 - Procédures de mise à jour et de réinjection
 - ✓ Utilisent des techniques de
 - Formation de niches
 - Partitionnement en cluster
 - Maillage
 - ✓ Préfèrent les solutions non dominées



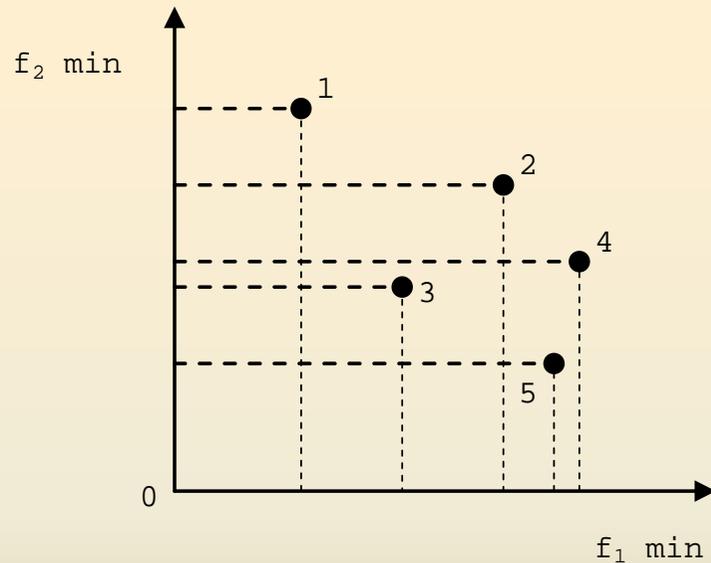
Les méthodes basées sur Pareto

- Les méthodes non élitistes
 - ✓ Multiple Objective Genetic Algorithm (MOGA) [Fonseca et Fleming 1993]
 - **Notation**, calcul du rang de dominance + interpolation
 - ✓ Non dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA) [Deb 1993]
 - **Notation**, tri par rapport aux différents degrés de dominance
 - ✓ Niche Pareto Genetic Algorithm (NPGA) [Horn et Nafpliotis 1993]
 - **Sélection**, tournoi de dominance

MOGA

Les méthodes basées sur Pareto – non élitistes

- Chaque individu de la population est rangé en fonction du nombre d'individus qui le dominent



Point	Dominé par	Rang
1	aucun	1
2	3	2
3	aucun	1
4	3 et 5	3
5	aucun	1

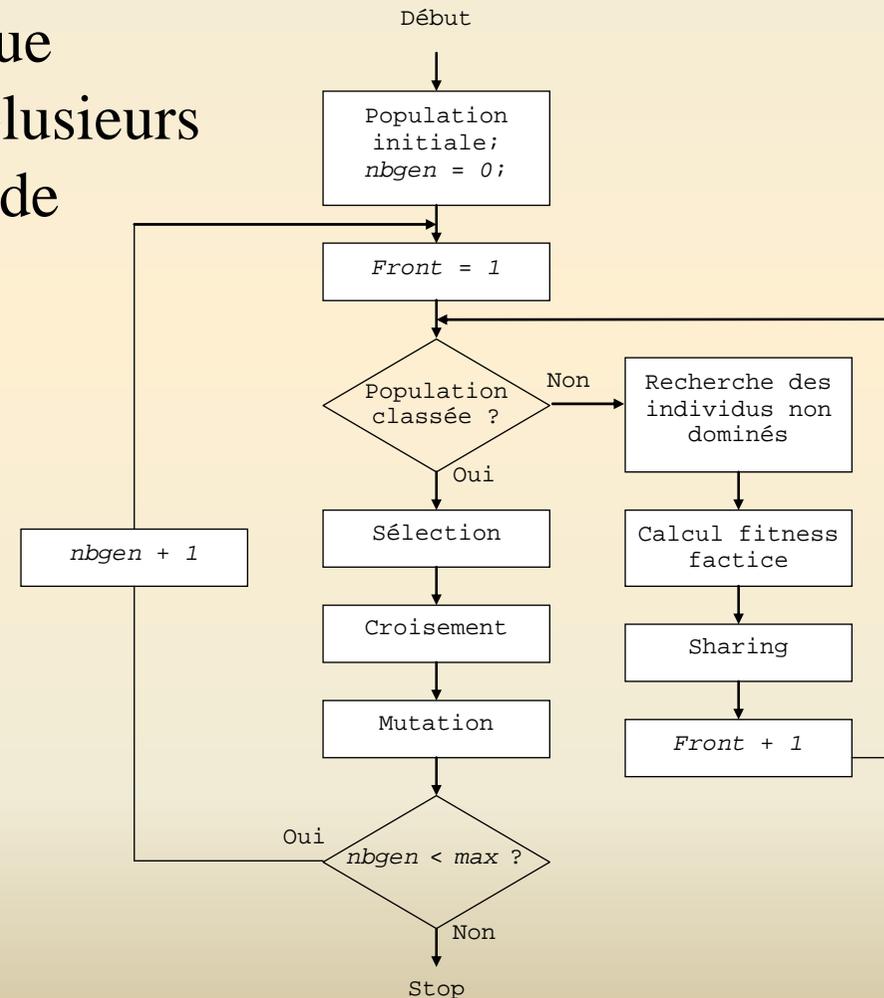
NSGA

Les méthodes basées sur Pareto – non élitistes

- Le calcul de la fitness s'effectue en séparant la population en plusieurs groupes en fonction du degré de domination au sens de Pareto de chaque individu

- Critiques

- ✓ Complexe
- ✓ Utilisation du sharing
- ✓ Non élitiste



Les méthodes basées sur Pareto

- Les méthodes non élitistes
 - ✓ Ne conservent pas les individus Pareto-optimaux
 - ✓ Maintiennent difficilement la diversité sur la frontière de Pareto
 - ✓ La convergence vers la frontière de Pareto est lente
- Les méthodes élitistes
 - ✓ Utilisent une population externe (archive)
 - Procédures de mise à jour et de réinjection
 - ✓ Utilisent des techniques de
 - Formation de niches
 - Partitionnement en cluster
 - Maillage
 - ✓ Préfèrent les solutions non dominées



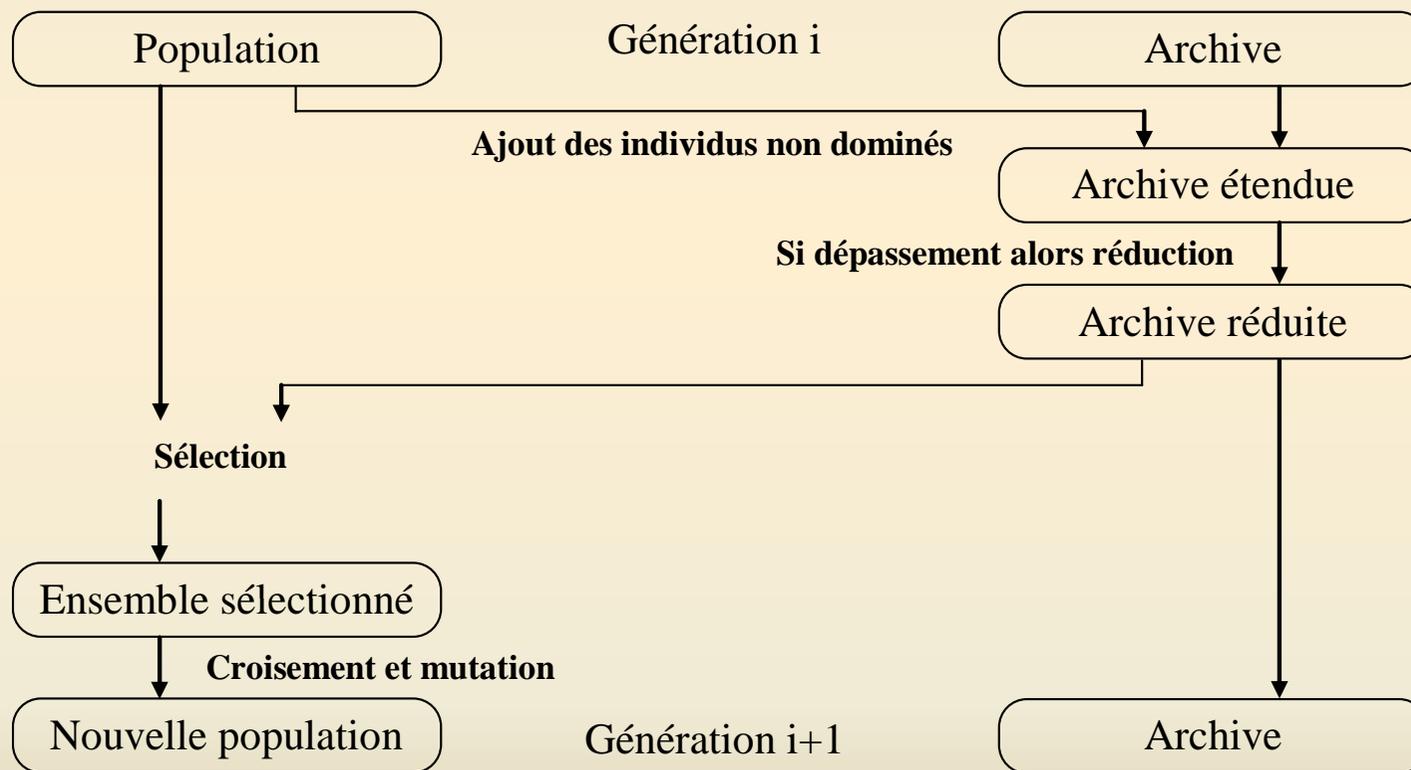
Les méthodes basées sur Pareto

Les méthodes basées sur Pareto

- Les méthodes élitistes
 - ✓ Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA) [Zitzler et Thiele 1998]
 - **Notation** relative au nombre d'individus dominés
 - ✓ Pareto Archived Evolution Strategy (PAES) [Knowles et Corne 1999]
 - Stratégie d'évolution (1+1)
 - ✓ Pareto Envelope based Selection Algorithm (PESA) [Knowles et Corne 2000]
 - **Sélection**, tournoi en fonction de la mesure d'encombrement
 - ✓ NSGA II [Deb 2000]
 - ✓ PESA II

Schéma de fonctionnement

Les méthodes basées sur Pareto - élitistes

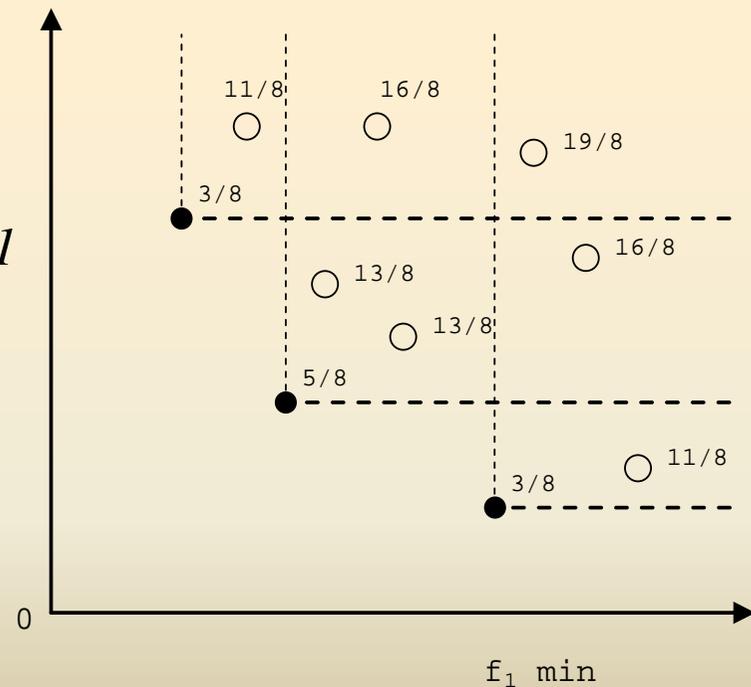


SPEA

Les méthodes basées sur Pareto - élitistes

- Notation

- ✓ Pour chaque individu de l'ensemble Pareto-optimal. La fitness est proportionnelle au nombre d'individus de la population qu'il domine
- ✓ La fitness f_i d'un individu de la population est égale à la somme des fitness des individus Pareto-optimaux qui le dominant + 1
- ✓ Dépendance par rapport à la taille de l'archive



PAES

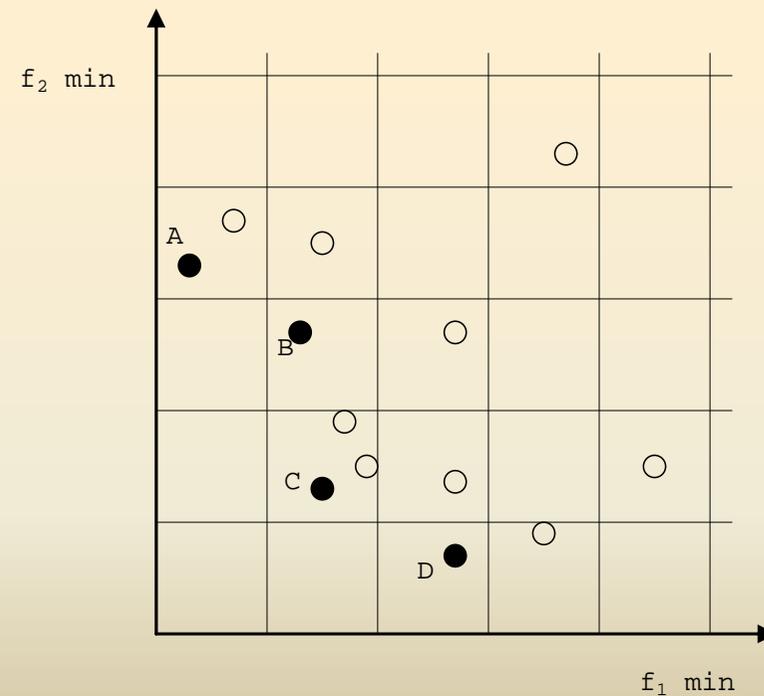
Les méthodes basées sur Pareto - élitistes

- Non basée sur une population, elle n'utilise qu'un seul individu à la fois pour la recherche des solutions.
- L'algorithme utilisé est très simple et inspiré d'une stratégie d'évolution ($1+1$) [Rechenberg 1973].
- Elle utilise une technique de *crowding* basée sur un découpage en **hypercubes** de l'espace des objectifs.

PESA

Les méthodes basées sur Pareto - élitistes

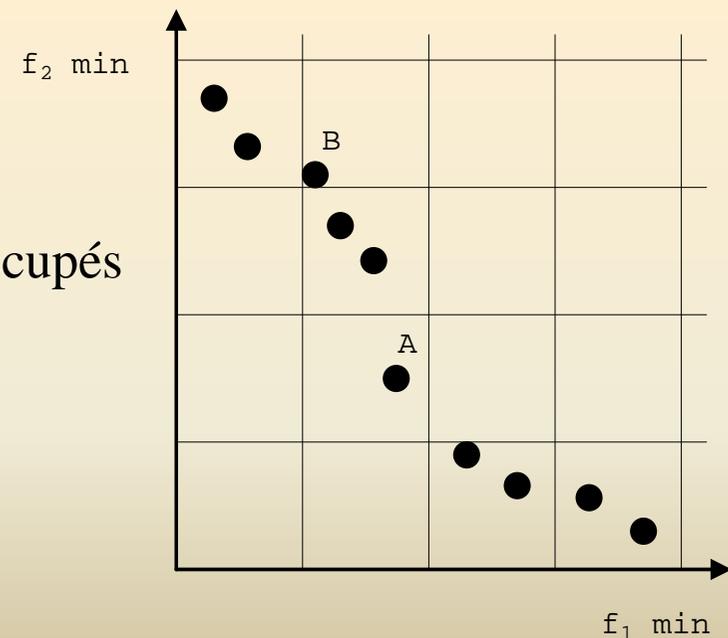
- Basée sur les AGs
- Reprend le principe de crowding développé dans PAES
 - ✓ Mesure d'encombrement d'une zone de l'espace
 - ✓ Utilisée lors de la sélection et de la mise à jour de l'archive



PESA II

Les méthodes basées sur Pareto - élitistes

- Sélection par rapport aux hypercubes occupés par au moins un individu.
 - ✓ Après sélection de l'hypercube, on choisit aléatoirement l'individu dans l'hypercube.
 - ✓ Cette méthode se montre plus efficace à répartir les solutions sur la frontière de Pareto
 - ✓ Tournoi binaire, 10 points, 6 cubes occupés probabilité de sélectionné A
 - PESA : $1 - (9/10)^2 = 0,19$
 - PESA II : $1 - (5/6)^2 = 0,31$



Synthèse

Les méthodes d'optimisation multiobjectifs

Méthode	Action	Sharing (d , σ_{share} et α)	Restricté d mating (σ_{mate})	Crowdin g (Grille, l)	Clusterin g (minDist)	Populatio n génétique (N , t_c , t_m)	Archive (taille)	Paramètr es supplém entaires	
VEGA	Sélection sur un seul objectif à la fois + mélange		Oui			Oui			
Utilisation de genre	Sélection basée sur le rang de l'individu + notion d'attracteur sexuel		Oui			Oui		c_d , c_w , k_δ , k_w , n_1 , n_2	
Méthode non générationnelle	Notation basée sur la technique des classifieurs	Oui				Oui			
MOGA	Notation, calcul du rang + interpolation	EO				Oui			
NSGA	Notation, tri par rapport aux différents degrés de dominance	EE				Oui		Fitness factice	
NPGA	Sélection, tournoi de dominance sur un sous- ensemble de la pop	EE				Oui		t_{dom}	
SPEA	Notation relative au nombre d'individus dominés				Oui	Oui	Oui		
PAES	Stratégie d'évolution (1+1)			Grille, EO			Oui		
PESA	Sélection, tournoi en fonction de la mesure d'encombrement			Grille, EO		Oui	Oui	Squeeze _factor	
NSGA II	Sélection, tournoi classique + préférence en fonction de degré d'encombrement de l'espace			EO		Oui	Oui		
PESA II	Sélection par rapport aux hypercubes			Grille, EO		Oui	Oui		
Micro GA	AG avec une population très réduite					Oui	Oui	pop, % et inter	
Memetic- PAES	PAES avec une population et 2 archives			Grille, EO		Oui	Oui (2)	l_{opt} , l_{fails} et trials	

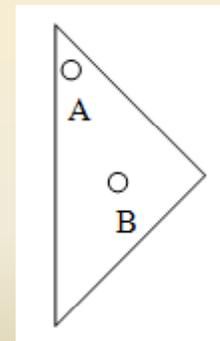
Synthèse

Les méthodes d'optimisation multiobjectifs

- Les méthodes agrégées
 - ✓ Nécessitent une connaissance à priori du problème
- Les méthodes non agrégées
 - ✓ Paramétrage difficile
 - Algorithmes génétiques
 - Archive
 - Heuristique
 - ✓ Interprétation des paramètres
 - ✓ Définition d'un critère d'arrêt

Discussion

- Nécessité de maîtriser la technique utilisée
 - ✓ Quel génotype, notation, fct de sélection ... ?
- Grand nombre de paramètres
 - ✓ Relation entre la valeur d'un paramètre et son action sur la résolution du problème ?
 - ✓ Comment arriver à expliquer au décideur (utilisateur) le sens de ces paramètres ?
- ✓ Serait-il possible de mesurer la prise de risque pour le décideur ?
 - B est plus sûr que A !



Bibliographie

- [Allenson 1992] Allenson Robin, Genetic Algorithm with Gender for Multi-Function Optimisation, TR. EPCC-SS92-01, Edinburgh Parallel Computing Center, Edinburgh, Scotland, 1992.
- [Charnes 1961] Charnes A. and Cooper W., Management Models and Industrial Applications of Linear Programming, vol. 1, John Wiley, New-York, 1961.
- [Chen et Liu 1994] Chen Y. L. and Liu C. C., Multiobjectif VAR Planning using the Goal Attainment Method, Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, 141, p. 227-232, 1994.
- [Coello 1995] Coello Coello Carlos A. C. and al, Multiobjective design Optimization of Counterweight Balancing of a Robot Arm Using Genetic Algorithm, Seventh International Conference on Tools with Artificial Intelligence, p. 20-23, 1995.
- [Deb 2000] Kalyanmoy Deb, A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization : NSGA II, Parallel problem Solving form Nature – PPSN VI, Springer Lecture Notes in Computer Science, p. 849-858, 2000.
- [Fourman 1985] Fourman, Compaction of Symbolic Layout using Genetic Algorithms. In Genetic Algorithms and their Applications : Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithm, p. 141-153, 1985.
- [Horn and Nafpliotis 1993] J. Horn and N. Nafpliotis, Multiobjective Optimisation using the Niched Pareto Genetic Algorithm, Illigal TR. n° 93005, July 1993.
- [Knowles and Corne 1999] Joshua D. Knowles and David W. Corne, The Pareto Archived Evolution Strategy : A New Baseline Algorithm for Multiobjective Optimisation, Congress on Evolutionary Computation, p. 98-105, Washington, July 1999.
- [Knowles and Corne 2000] Joshua D. Knowles, David W. Corne, and Martin J. Oates, The Pareto-Envelope based Selection Algorithm for Multiobjective Optimization, In Proceedings of the Sixth International Conference

Bibliographie

- [Lis and Eiben 1996] J. Lis and A. E. Eiben, A Multi-Sexual Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization, In T. Fukuda and T. Furuhashi ed., Proceedings of the 1996 International Conference on Evolutionary Computation, Nagoya, Japan, p. 59-64, 1996.
- [Rechenberg 1973] Ingo Rechenberg, Evolutionsstrategie : Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution, Stuttgart, 1973.
- [Ritzel 1994] Ritzel B. and al, Using Genetic Algorithms to Solve a Multiple Objective Groundwater Pollution Containment Problem, Water Resources Research 30, p. 1589-1603, 1994.
- [Schaffer 1985] Schaffer David, Multiple Objective Optimisation with Vector Evaluated Genetic Algorithm, In genetic Algorithm and their Applications : Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithm, p. 93-100, 1985.
- [Valenzuela and Uresti 1997] Manuel Valenzuela and Eduardo Uresti-Charre, A Non-Generational Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization, Proceedings of the Seventh International Conference on Genetic Algorithms, p. 658-665, 1997.
- [Zitzler and Thiele 1998] Eckart Zitzler and Lothar Thiele, An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization : The Strength Pareto Approach, TIK-Report n° 43, 1998.