

7ème Conférence Internationale de Modélisation et Simulation

31 mars – 2 avril 2008 – Paris, France.

Une Approche Coopérative pour l'Ordonnancement sous Incertitudes

C. Briand¹ S. Ourari^{1,2} et B. Bouzouia²
(sourari@laas.fr)

- (1) *Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes du CNRS, Toulouse*
- (2) *Centre de Développement des Technologies Avancées, Alger*

Introduction

Les paramètres d'ordonnancement sont connus et déterministes

- ❑ Or l'environnement d'application est incertain
 - **Perturbations** : Arrivée aléatoire des jobs et les paramètres de l'ordonnancement varient dans le temps,...
 - **Conséquence** : Un ordonnancement de bonne qualité peut rapidement s'avérer mauvais, voire infaisable, suite à une perturbation

→ **Ordonnancement robuste : définir une organisation capable de résister aux perturbations**

La fonction ordonnancement est globale

- ❑ Or les ressources sont souvent partitionnées entre des acteurs possédant leur propre autonomie décisionnelle
 - Ex : Gestion de projet, Chaîne logistique, Grille de calcul, ...
 - Chaque acteur a une connaissance restreinte de son environnement
 - Objectives locaux vs. objectif global.

→ **Ordonnancement coopératif : l'ordonnancement global résulte d'une négociation entre acteurs**

Introduction

■ Hypothèses : une approche robuste ET coopérative

– Ordonnancement local robuste

- *Résister non seulement aux perturbations locales mais surtout aux incertitudes liées à une mauvaise connaissance de l'environnement*
- **Méthode** : *caractérisation sur chaque acteur d'une famille flexibles d'ordonnancement de performances au mieux et au pire connues - utilisation de conditions de dominance.*
- *La flexibilité dégagée renforce l'autonomie décisionnelle de chaque acteur*

– Ordonnancement global obtenu par négociations entre les acteurs

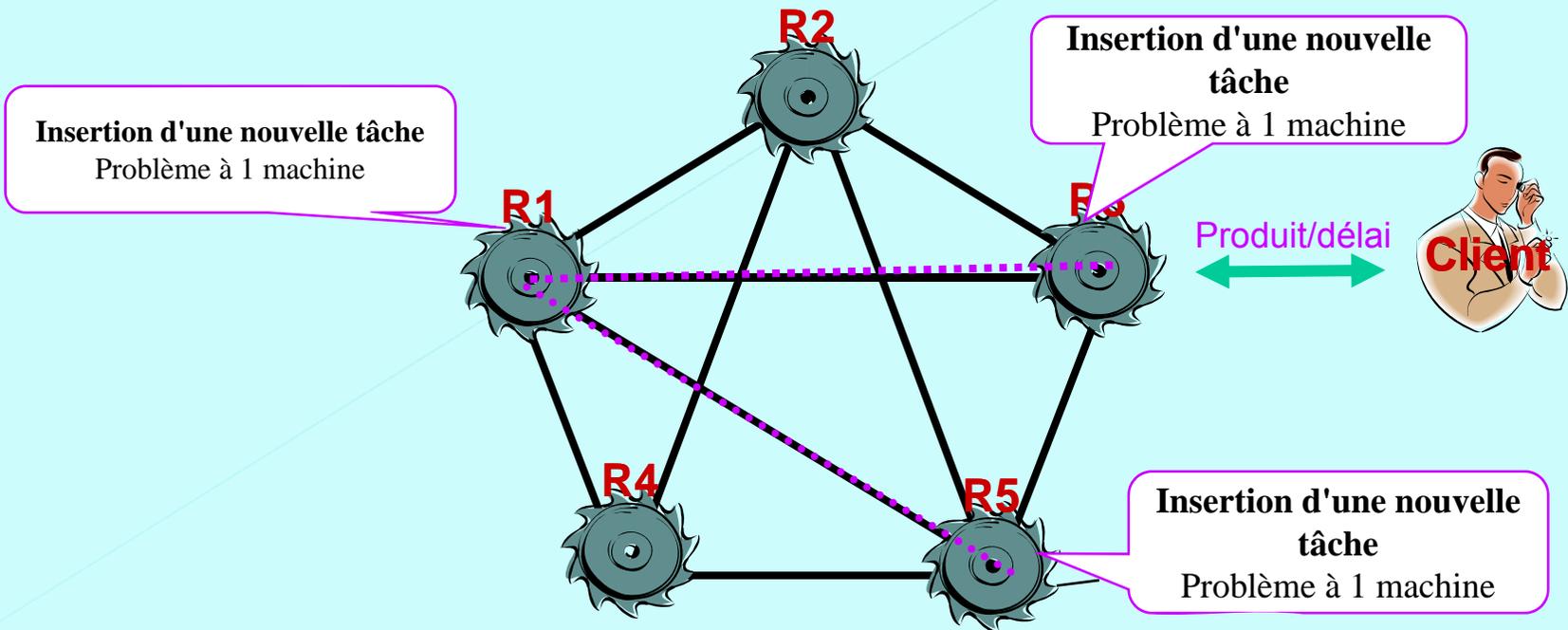
- *Les décisions d'ordonnancement sont distribuées à travers un réseau d'acteurs qui collaborent en vue d'assurer une performance globale satisfaisante*

– Objectif : Compromis performance globale / flexibilité locale

■ Cas d'étude : job shop

Introduction

- Le problème **job shop** à plusieurs machines, noté $Jn || C_{max}$
 - Les liens entre ressources dépendent des gammes opératoires
 - Problème décomposable en m sous problèmes à une machine inter-dépendants, avec comme objectif, minimiser le retard algébrique (problème noté $1 | ri | L_{max}$).



PLAN

- Introduction
- Une approche d'ordonnancement robuste à une ressource
- Une approche pour l'ordonnancement coopératif
- Exemple illustratif
- Conclusion et Perspectives

Une approche d'ordonnancement robuste à une ressource

■ Ordonnancement robuste

- Prise en compte des incertitudes pro-activement lors de la construction hors ligne des ordonnancements
- Produire une solution / une famille de solutions flexibles dont la qualité est garantie a priori vis-à-vis d'un ensemble de perturbations
- Utilisation des notions de :
 - *Flexibilité temporelle*
 - *Flexibilité séquentielle*
 - Concept de groupe d'opération permutable
 - Condition de dominance: **Théorème des pyramides**

Utilisation de conditions de dominance

■ Un théorème de dominance (Erschler et al., 1983)

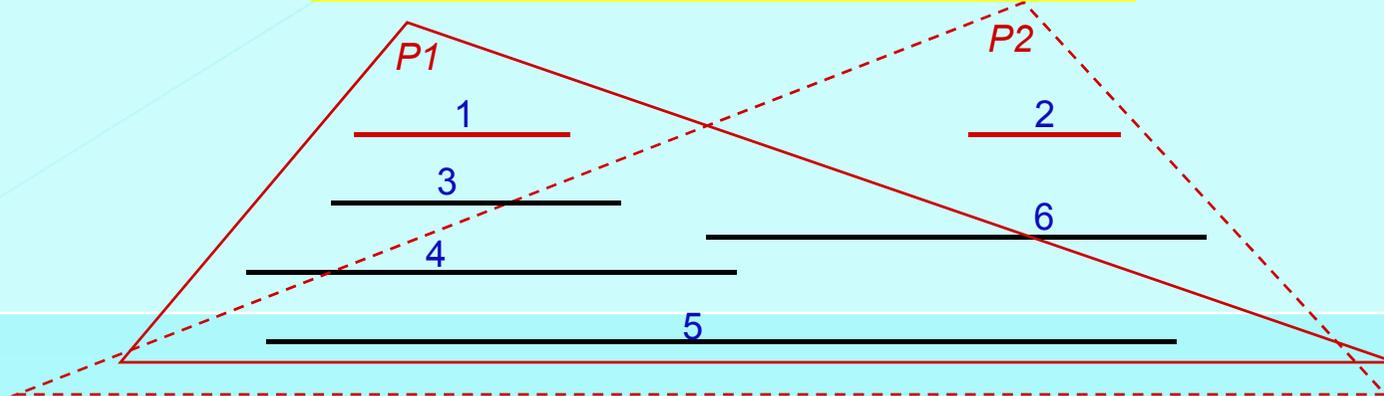
– Fondements

- Problème 1 machine avec r_i (date de disponibilité) et d_i (échéance)
- Corps d'hypothèses : Ordre relatif des r_i et d_i , durées quelconques
- Un intervalle pour chaque travail : $i \rightarrow [r_i, d_i]$
- Un problème \rightarrow Une structure d'intervalles
- Fondée sur les notions de sommet et de S-pyramide
- Définit un ensemble de séquences dominantes
- Dominance vis-à-vis de T_{max} , L_{max} et de l'admissibilité

– Exemple

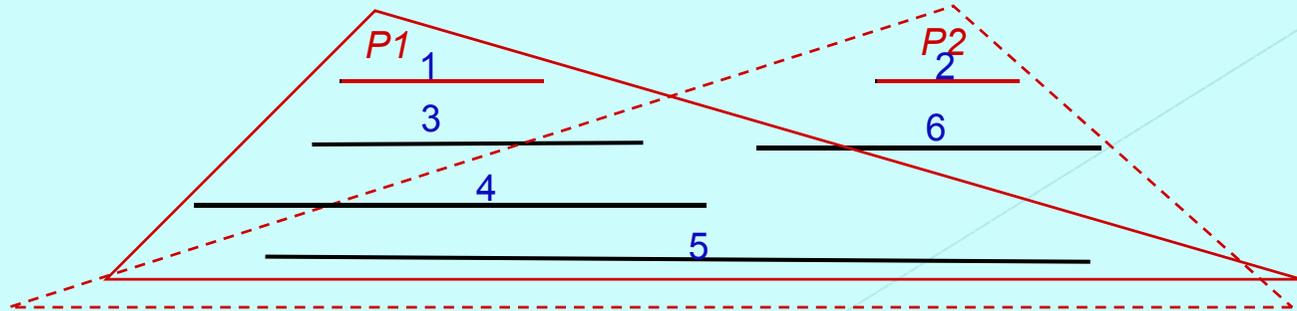
CH Restreint :

$$r_4 < r_5 < r_3 < r_1 < d_1 < d_3 < r_6 < d_4 < r_2 < d_2 < d_5 < d_6$$



Théorème des pyramides

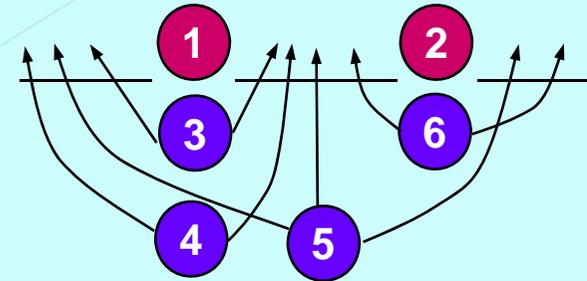
■ Exemple



■ Cardinalité de l'ensemble dominant

$$\text{Card} (S) = \prod_{q=1}^{q=N} (q+1)^{n_q}$$

n_q est le nombre de travaux appartenant exactement à q pyramides



24 séquences dominantes (parmi les $6!=720$ seq. possibles)

4 < 5 < 3 < 1 < 6 < 2
 4 < 5 < 3 < 1 < 2 < 6
 4 < 5 < 1 < 3 < 6 < 2
 4 < 5 < 1 < 3 < 2 < 6
 4 < 3 < 1 < 5 < 6 < 2
 4 < 3 < 1 < 5 < 2 < 6

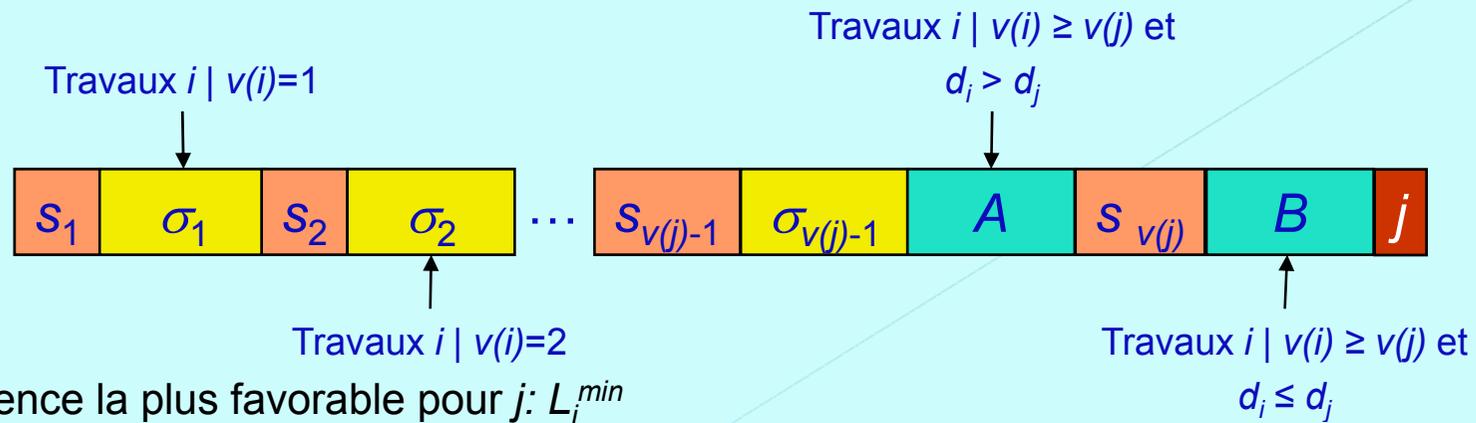
4 < 3 < 1 < 6 < 2 < 5
 4 < 3 < 1 < 2 < 5 < 6
 4 < 1 < 3 < 5 < 6 < 2
 4 < 1 < 3 < 5 < 2 < 6
 4 < 1 < 3 < 6 < 2 < 5
 4 < 1 < 3 < 2 < 5 < 6

5 < 3 < 1 < 4 < 6 < 2
 5 < 3 < 1 < 4 < 2 < 6
 5 < 1 < 3 < 4 < 6 < 2
 5 < 1 < 3 < 4 < 2 < 6
 3 < 1 < 4 < 5 < 6 < 2
 3 < 1 < 4 < 5 < 2 < 6

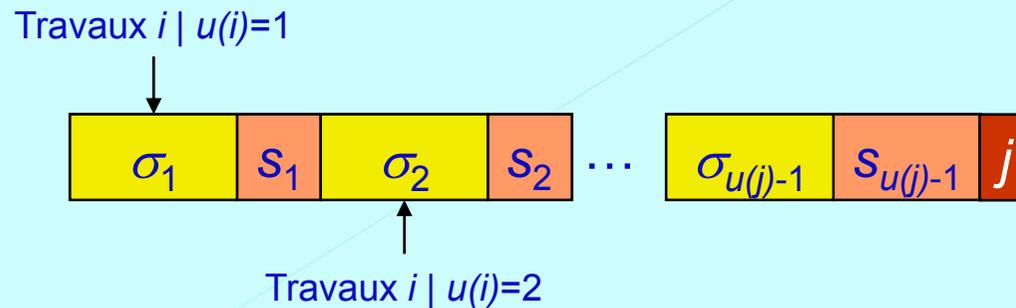
3 < 1 < 4 < 6 < 2 < 5
 3 < 1 < 4 < 2 < 5 < 6
 1 < 3 < 4 < 5 < 6 < 2
 1 < 3 < 4 < 5 < 2 < 6
 1 < 3 < 4 < 6 < 2 < 5
 1 < 3 < 4 < 2 < 5 < 6

Évaluation de la performance d'un ensemble dominant

- Séquence la plus défavorable pour j : L_j^{max}



- Séquence la plus favorable pour j : L_j^{min}



- Complexité temporelle : $O(n \cdot \log(n))$
- Dédution de $[s_j^{min}, s_j^{max}]$ et $[f_j^{min}, f_j^{max}]$ ($[s], [f]$)

PLAN

- Introduction
- Une approche d'ordonnancement robuste à une ressource
- Une approche pour l'ordonnancement coopératif
- Exemple illustratif
- Conclusion et Perspectives

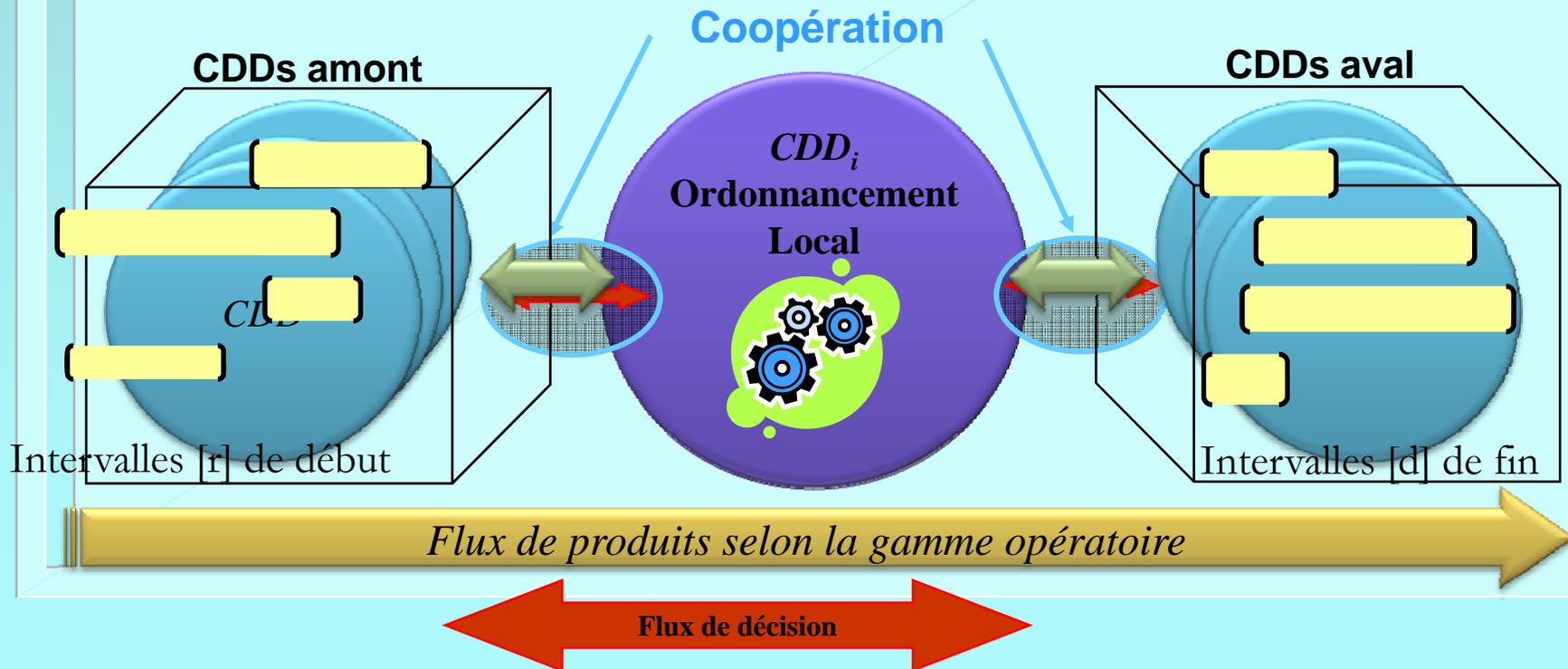
Contexte

■ Ordonnancement coopératif

- m centres de décisions, chacun gérant son propre ordonnancement local
- Chaque centre possède sa propre autonomie décisionnelle
- Lié au autres centre par la gamme opératoire
- Coopération point à point entre les CDDs voisins => Cohérence des délais

■ Objectif coopération = Négocier les intervalles de livraison/consommation

- Flexibilité sur les délais /Intervalles de début $[r]$ et de fin $[d]$



Situations de coopération

■ **Objet de coopération** → intervalles de livraison/consommation

■ **3 situations**

■ **Négociation**

- Initiée lorsqu'un CDD prend en charge une nouvelle opération
- Constituée d'une suite de propositions et de contre propositions
- Aboutissant à la définition d'un intervalle de consommation/livraison.

■ **Renégociation ≈ conversation**

- Initiée lorsqu'un CDD souhaite modifier un accord contracté
- Constituée d'une suite de propositions et de contre propositions
- Aboutissant à la modification d'un intervalle de consommation/livraison.

■ **Coordination (par défaut)**

- Échange d'informations pour la synchronisation des CDDs
- Les ordonnancements évoluent au cours du temps
 - Lorsque de nouveaux travaux apparaissent
 - Lorsque les opérations sont réalisées
 - Lorsque des perturbation surviennent

Contraintes de cohérence locale

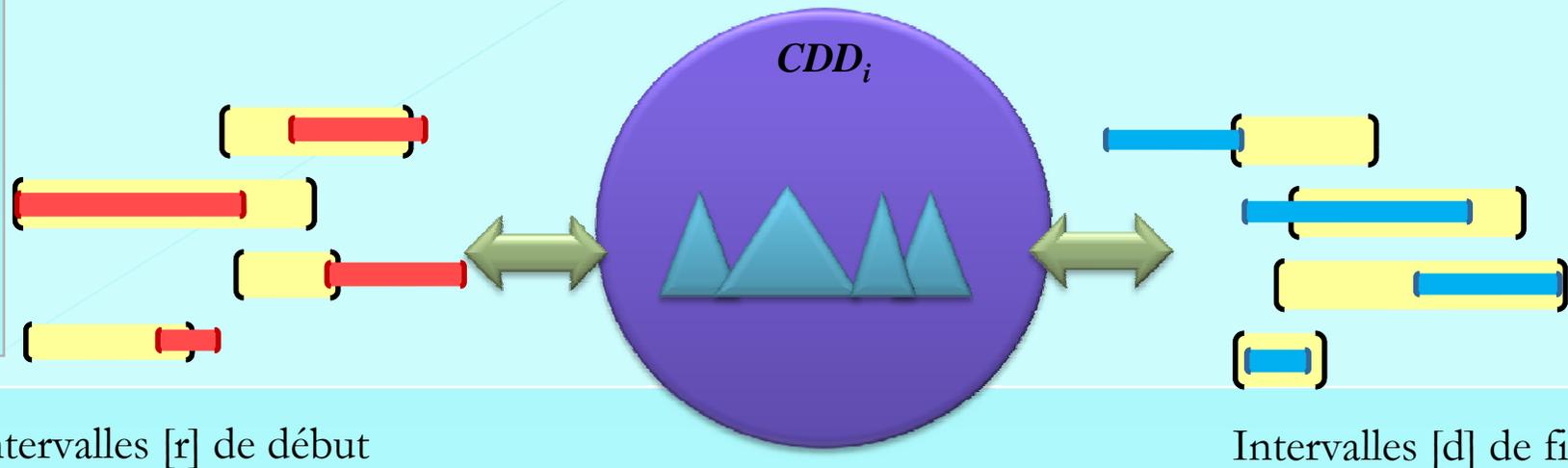
■ Ordonnements locaux robustes

- Flexibilité séquentielle :
 - *Ordre partiel sur les tâches : théorème des pyramides*
 - *Caractérisation d'un ensemble de séquences dominantes :*
 - *→ Dates au mieux et au pire de début et de fin pour chaque tâche (intervalles [s] et [f])*

■ Cohérence locale => respect des engagements

- *Consommation au plus tôt dans l'intervalle de disponibilité [r]*
- *Livraison au plus tard dans l'intervalle [d]*

$$r_{uv}^{\min} \leq s_{uv}^{\min} \leq r_{uv}^{\max} \quad \text{et} \quad d_{uv}^{\min} \leq f_{uv}^{\max} \leq d_{uv}^{\max}$$



Contraintes de cohérence globales

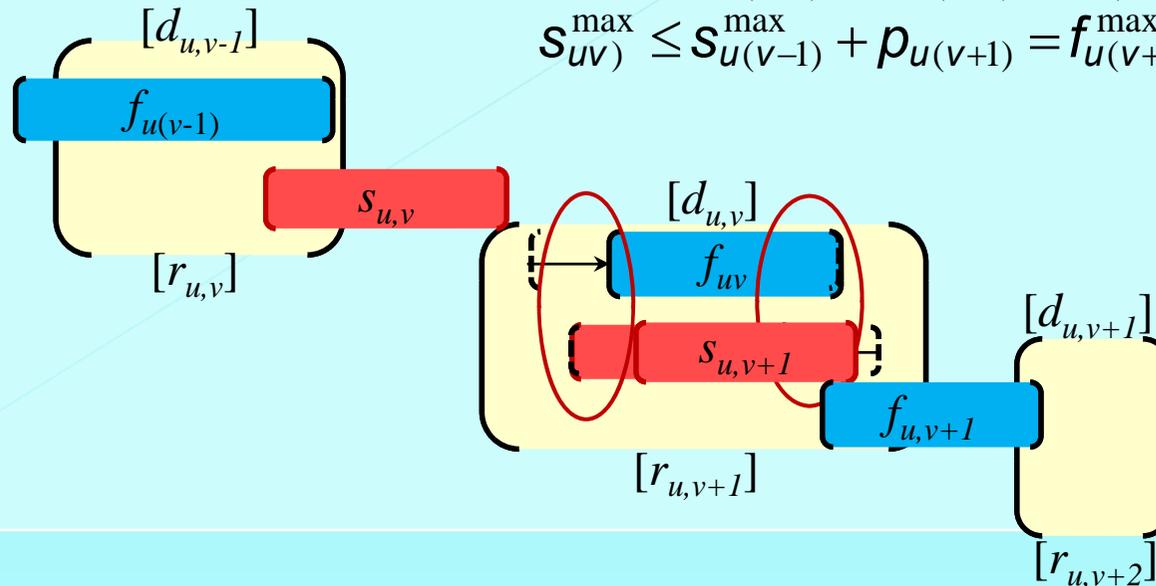
■ Coordination entre CDD

- Les CDDs se communiquent les intervalles [s] et [f] des opérations qu'ils gèrent au fur et à mesure que ces intervalles évoluent
- Maintenir la cohérence globale des intervalles [s] et [f]

Contraintes de cohérence globale

$$s_{uv}^{\min} \leq s_{u(v-1)}^{\min} + p_{u(v-1)} = f_{u(v-1)}^{\min}$$

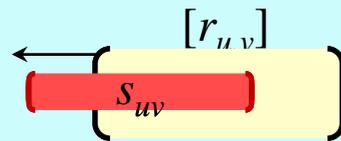
$$s_{uv}^{\max} \leq s_{u(v-1)}^{\max} + p_{u(v+1)} = f_{u(v+1)}^{\max}$$



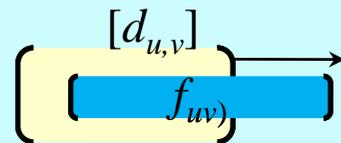
Renégociation

■ Renégociation

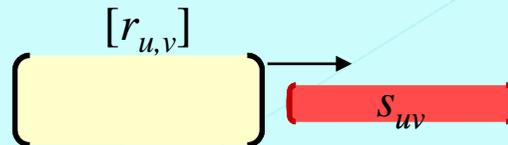
- Suite à une détection d'incohérence locale ← re-ordonnancement / aléas



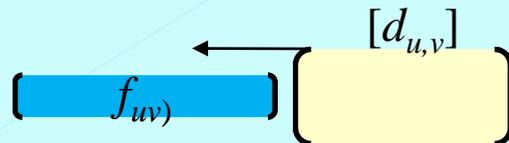
On veut pouvoir commencer (u) plus tôt



On veut pouvoir finir (u) plus tard



Sur-autonomie : ($u(v-1)$) peut être finie plus tard

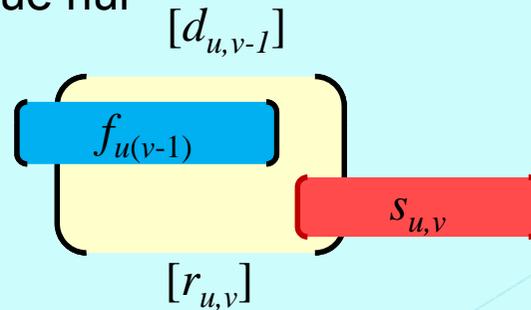


Sur-autonomie : ($u(v+1)$) peut commencer plus tôt

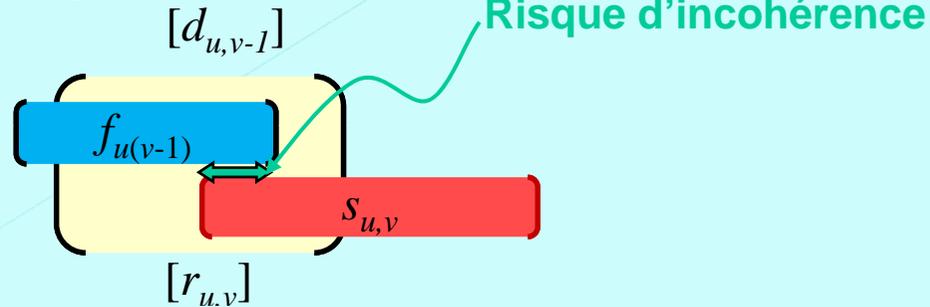
Notion de risque d'incohérence

■ Cohérence des intervalles [s] et [f]

- Avec risque nul



- Avec risque non nul



- Le risque d'incohérence est d'autant plus grand que l'intervalle de chevauchement entre $f_{u^{(v-1)}}$ et $s_{u,v}$ est important

Méthode de Négociation/Rénégociation

■ Objectifs

- Déterminer ou modifier un intervalle de livraison/consommation
- → induit la modification des intervalles $[s]$ et $[f]$ des tâches existantes
- Il faut calculer l'intervalle de sorte à :
 - Respecter les différentes contraintes (locale et globale)
 - Minimiser les risques d'incohérence
 - Il faut cependant conserver de la flexibilité → résister aux aléas externes ou internes
- Nécessité d'un compromis

■ Problèmes à résoudre:

- Déterminer un ordre total entre r et d compatibles avec les intervalles $[r]$ et $[d]$ contractés
- Déterminer les valeurs de r et d pour déduire les $[s]$ et $[f]$ (application du théorème des pyramides)

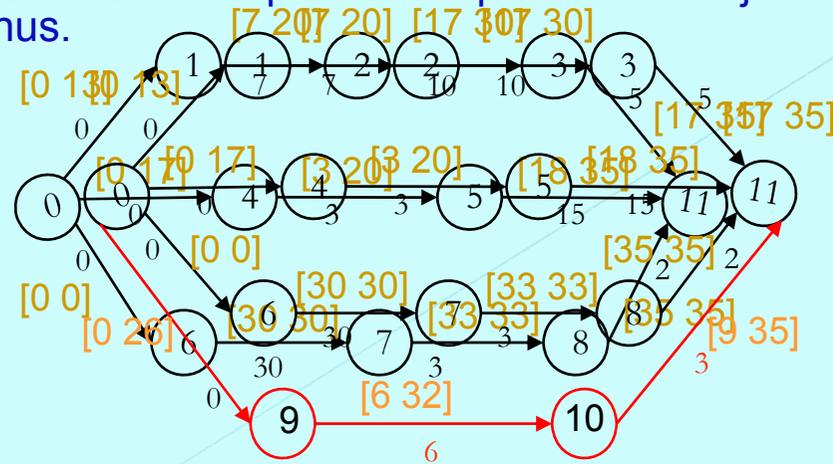
PLAN

- Introduction
- Une approche d'ordonnancement robuste à une ressource
- Une approche pour l'ordonnancement coopératif
- Exemple illustratif
- Conclusion et Perspectives

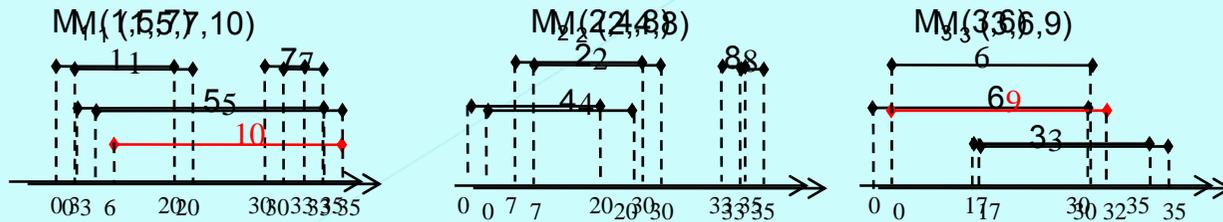
Exemple

- Initialement, 6 travaux, avec un délai au plus tard $d_{max} = 25$, les intervalles de consommation/livraison sont connus.

travail	tâche	D_i	D_j	M_i	M_j
1	1	1	7	7	1
1	1	2	10	10	2
1	1	3	5	5	3
2	2	4	3	3	2
2	2	5	15	15	1
3	3	6	6	30	3
3	3	7	3	3	1
3	3	8	2	2	2
4	9	6	3		
4	10	3	1		



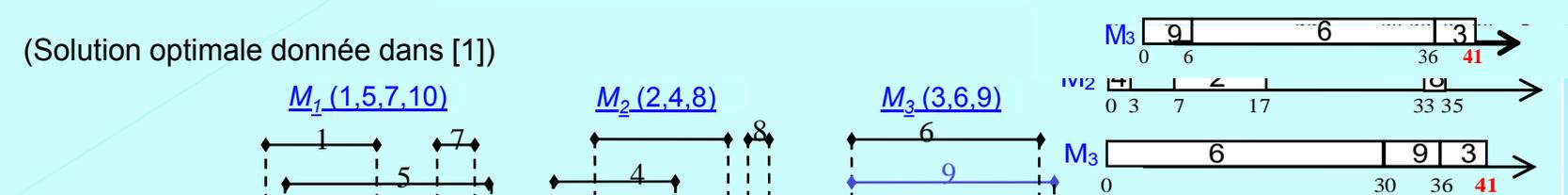
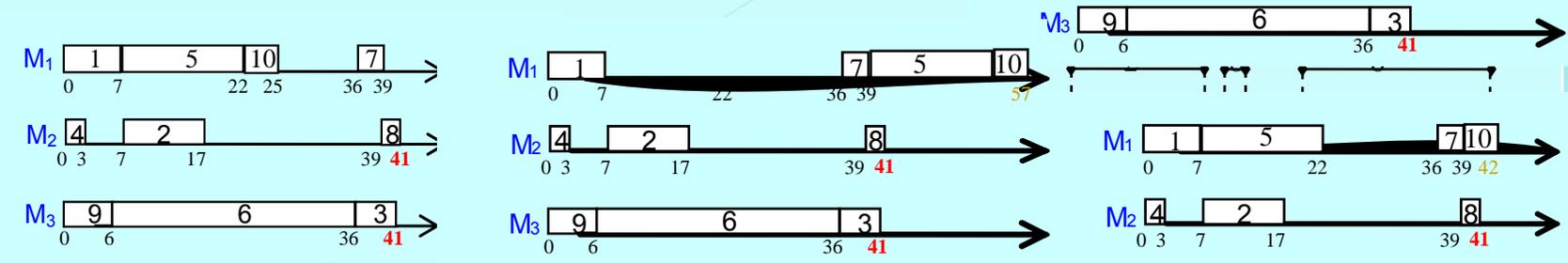
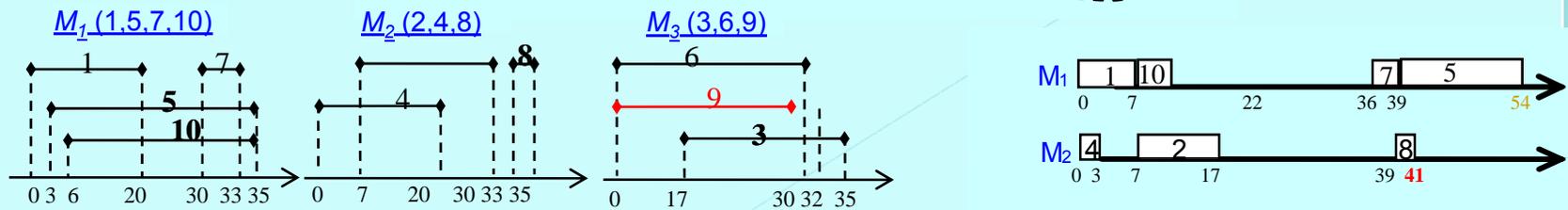
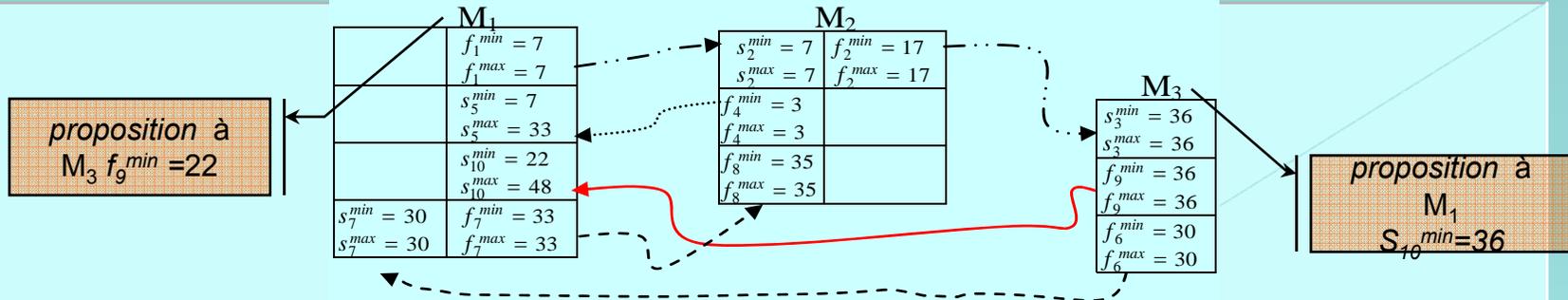
Structures d'intervalles



Cohérence globale des intervalles [s] et [f]

	M_1	M_1	M_2	M_2	M_3	M_3
	$f_1^{min} = 7$	$f_1^{min} = 7$	$s_2^{min} = 7$	$s_2^{min} = 7$	$s_3^{min} = 30$	$s_3^{min} = 36$
	$f_1^{max} = 7$	$f_1^{max} = 7$	$s_2^{max} = 7$	$s_2^{max} = 7$	$s_3^{max} = 30$	$s_3^{max} = 36$
	$s_5^{min} = 7$	$s_5^{min} = 7$	$f_4^{min} = 3$	$f_4^{min} = 3$	$f_6^{min} = 30$	$f_9^{min} = 36$
	$s_5^{max} = 33$	$s_5^{max} = 33$	$f_4^{max} = 3$	$f_4^{max} = 3$	$f_6^{max} = 30$	$f_9^{max} = 36$
$s_7^{min} = 30$	$f_7^{min} = 33$	$s_{10}^{min} = 22$	$s_8^{min} = 35$	$f_8^{min} = 35$		
$s_7^{max} = 30$	$f_7^{max} = 33$	$s_{10}^{max} = 48$	$s_8^{max} = 35$	$f_8^{max} = 35$		
	$s_7^{min} = 30$	$f_7^{min} = 33$				$f_6^{min} = 30$
	$s_7^{max} = 3$	$f_7^{max} = 33$				$f_6^{max} = 30$

Structure décisionnelle distribuée



Conclusion

- Une approche distribuée basée sur une coopération inter-ressources
 - Chaque ressource gère un ordonnancement local robuste,
 - Les décisions d'ordonnancement sont négociées/renégociées entre ressources dynamiquement
- Comment organiser la coopération ?
 - Intervalles de consommation/livraison contractés entre paire de ressources
 - Notions clés : Contraintes de cohérence, risque d'incohérence et taux de flexibilité
- Comment formaliser la coopération (quand, comment et sur quoi coopérer) ?
 - Coopération initiée à l'occurrence d'un nouveau job, ou d'un aléa
 - Mode de coopération point à point
 - Coopération = négociation, coordination, renégociation
 - Flexibilité sur les délais
- Perspectives :
 - Mettre au point une heuristique pour la négociation d'intervalles de livraison / consommation
 - Implémenter l'approche en vue de sa validation et de son amélioration.



Merci de votre attention!