



# Un schéma de décomposition Dantzig-Wolfe pour les problèmes de tournées de véhicules sur arcs

H. Murat AFSAR

Murat.Afsar@laas.fr

Responsable scientifique : Pierre Lopez

**LAAS-CNRS**  
**Université de Toulouse**



Définition du problème

Méthode de résolution

Expérimentations



# Tournées de véhicules sur arcs

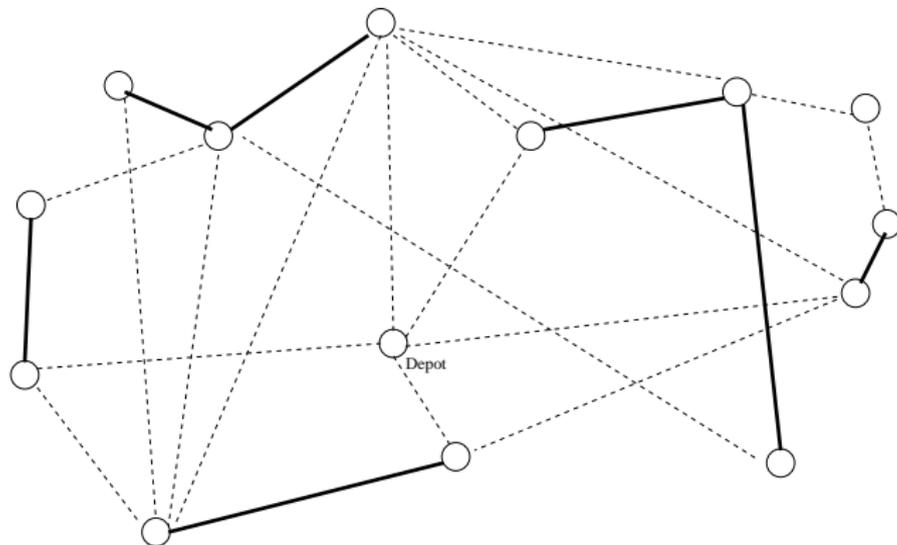
- ▶  $G(V, E)$  graphe non-orienté
- ▶  $v_0 \in V$  dépôt
- ▶  $K$  véhicules de capacité  $Q$
- ▶  $E_r \subseteq E$  arêtes (rues) avec une demande  $q_{e_r}$
- ▶  $c_e$  le coût de passage par arête



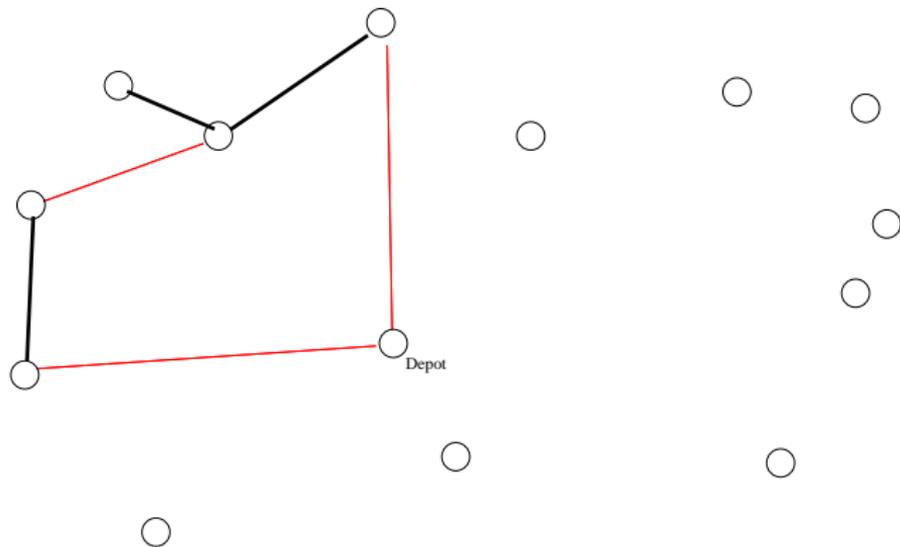
# Tournées de véhicules sur arcs

- ▶  $G(V, E)$  graphe non-orienté
- ▶  $v_0 \in V$  dépôt
- ▶  $K$  véhicules de capacité  $Q$
- ▶  $E_r \subseteq E$  arêtes (rues) avec une demande  $q_{e_r}$
- ▶  $c_e$  le coût de passage par arête
- ▶ Objectif : Trouver au plus  $K$  tournées de coût total minimal respectant la contrainte de capacité des véhicules

# LAAS Représentation par graphe



# LAAS Représentation par graphe



The logo for LAAS Applications features the letters 'LAAS' in a bold, blue, sans-serif font, with a yellow horizontal bar passing through the middle of the letters. To the left of 'LAAS' is a stylized, grey, handwritten-style 'ORS' logo. To the right of 'LAAS' is the word 'Applications' in a blue, sans-serif font.

# LAAS Applications

- ▶ La distribution de courrier
- ▶ Le nettoyage des rues
- ▶ La collecte de déchets



Définition du problème

Méthode de résolution

Expérimentations

The logo for LAAS (Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes) features the letters 'LAAS' in a bold, yellow, sans-serif font. The letters are contained within a blue oval shape. To the left of the oval, the letters 'ORS' are written in a grey, stylized, handwritten font.

# Décomposition du problème



# Décomposition du problème

- ▶ Problème maître  $\longrightarrow$  couverture des arêtes par des tournées
  - ▶ Une arête peut être servie par un seul véhicule



# Décomposition du problème

- ▶ Problème maître  $\longrightarrow$  couverture des arêtes par des tournées
  - ▶ Une arête peut être servie par un seul véhicule
- ▶ Sous-problème  $\longrightarrow$  construction des tournées réalisables
  - ▶ La tournée de coût réduit minimal respectant la contrainte de capacité des véhicules

 **Préprocessing**

- ▶ Calcul du plus court chemin entre chaque paire de sommets
- ▶ Orienter le graphe : remplacer chaque arête ( $e = (i, j)$ ) par deux arcs ( $a = (i, j)$ ,  $a^{inv} = (j, i)$ )

**Définition :**

$$A_r^{inv} = \{a_r = (i, j) | a_r^{inv} = (j, i) \in A_r \text{ et } i < j\}$$



# Problème maître restreint

$$z^* = \min \sum_{p \in P'} c_p \lambda_p$$

$$\pi_0 \longrightarrow \sum_{p \in P'} \lambda_p \leq K$$

$$\pi_{a_r} \longrightarrow \sum_{p \in P'} \gamma_p^{a_r} \lambda_p + \sum_{p \in P'} \gamma_p^{a_r^{inv}} \lambda_p = 1 \quad \forall a_r \in A_r^{inv}$$

$$\lambda_p \geq 0 \quad \forall p \in P'$$

où  $P'$  est l'ensemble restreint des tournées réalisables

 **Dual du PMR**

$$\max \sum_{v \in V} \pi_v + K \times \pi_0$$

t.q.

$$\pi_0 + \sum_{v \in p} \pi_v \leq c_p \quad \forall p \in P$$

 **Coût réduit**

$$\blacktriangleright \bar{c}_p = c_p - \sum_{v \in p} \pi_v - \pi_0$$

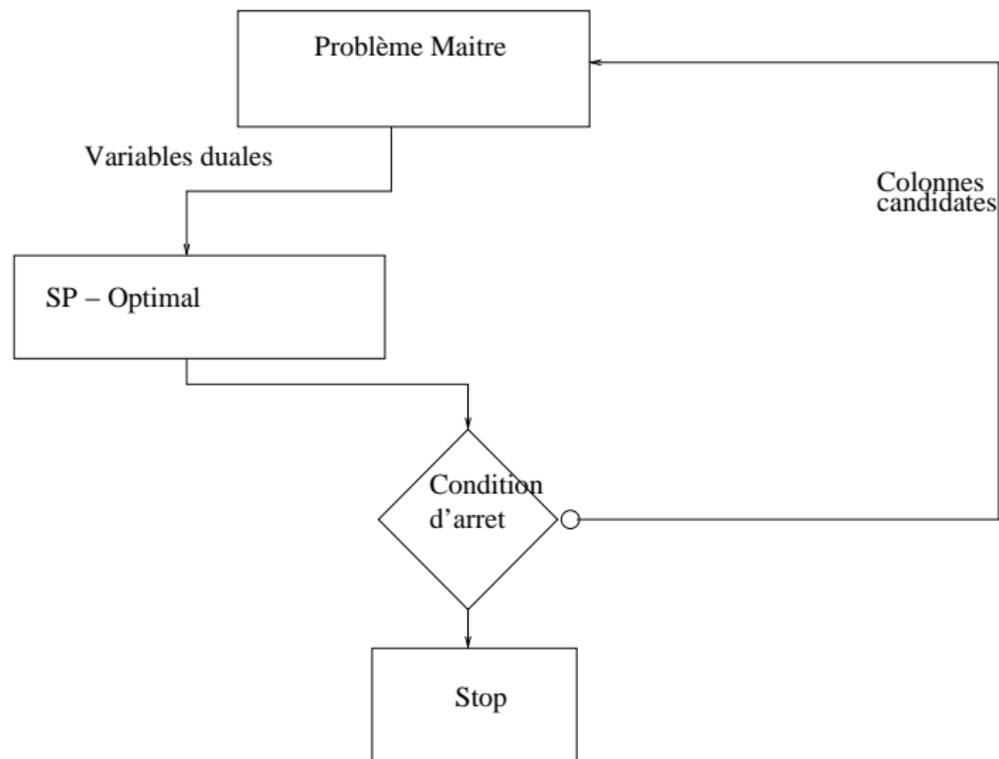
 **Coût réduit**

- ▶  $\bar{c}_p = c_p - \sum_{v \in p} \pi_v - \pi_0$
- ▶  $\bar{c}_p \geq 0 \Rightarrow$  Dual réalisable  $\Rightarrow$  Solution optimale

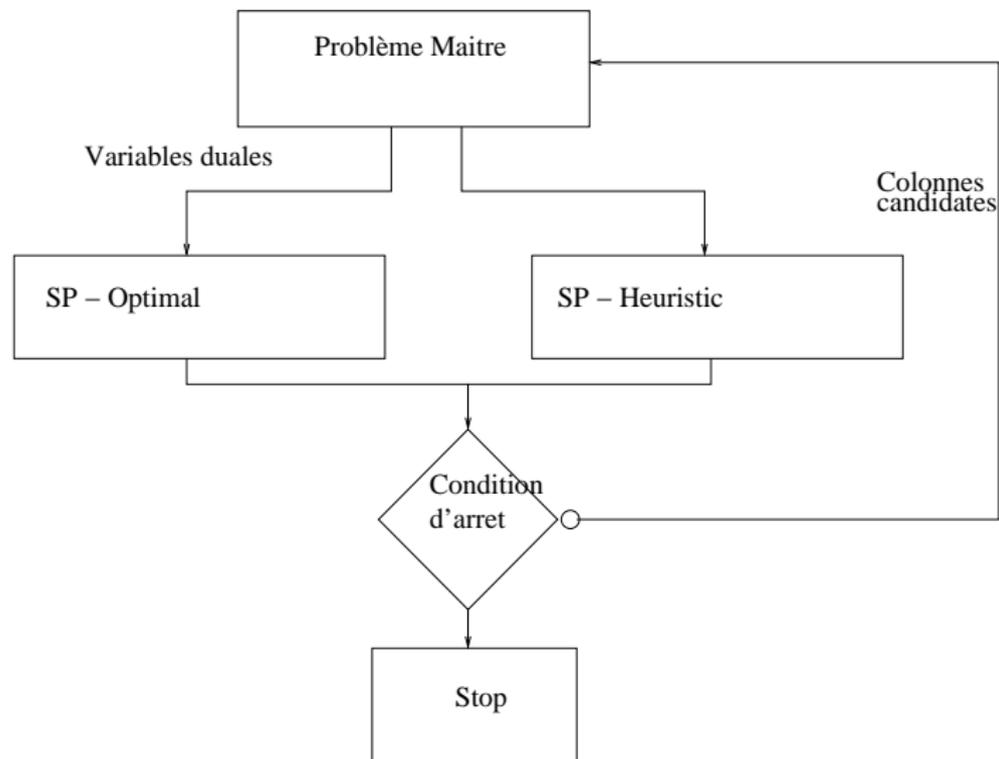
 **Coût réduit**

- ▶  $\bar{c}_p = c_p - \sum_{v \in p} \pi_v - \pi_0$
- ▶  $\bar{c}_p \geq 0 \Rightarrow$  Dual réalisable  $\Rightarrow$  Solution optimale
- ▶ On cherche une tournée  $p$  avec  $\bar{c}_p < 0$

# LAAS Schéma de la génération de colonnes



# LAAS Schéma de la génération de colonnes



 LAAS **Sous-problème**

- ▶ Méthode exacte : Programmation dynamique
- ▶ Méthodes heuristiques : PCC, heuristique d'insertion, heuristique de tournée géante, PD restreinte

The logo features the letters 'LAAS' in a bold, blue, sans-serif font, with the 'A's being significantly larger and overlapping. To the left of 'LAAS' is a stylized grey graphic of a road or path. To the right of 'LAAS' is the text 'Plus Court Chemin' in a blue, sans-serif font.

# LAAS Plus Court Chemin

- ▶ Recherche itérative du chemin avec un coût réduit minimal
- ▶ A chaque itération, les arcs servis sont supprimés du graphe
- ▶ Méthode polynomiale

The logo for LAAS (Laboratoire d'Automatique, de Robotique et d'Assurance de la Qualité) is located at the top left. It features the letters 'LAAS' in a bold, blue, sans-serif font, with a stylized grey 'O' and 'R' to the left. The text 'Heuristique d'insertion' is written in a dark blue, sans-serif font to the right of the logo.

# Heuristique d'insertion

- ▶ Chaque arc est inséré à la meilleure position
- ▶ Post-optimisation : Changer le sens et la position de l'arc sur un camion, 2-OPT
- ▶ Méthode polynomiale



# Heuristique de tournée géant

- ▶ Une tournée sur le principe du plus proche voisin
- ▶ Tournée découpée par la méthode d'Ulusoy
- ▶ **Attention** Découpage pseudo-polynomial : Nombre de véhicules limité
- ▶ Post-optimisation : Changer le sens et la position de l'arc sur un camion, 2-OPT

The logo for LAAS (Laboratoire d'Automatique, de Robotique et d'Assurance de la Sécurité) is located at the top left. It features the letters 'LAAS' in a bold, blue, sans-serif font, with a yellow circle behind the 'A'. To the left of the circle are the letters 'ORS' in a grey, stylized font.

# LAAS Programmation dynamique restreinte

- ▶ Programmation dynamique classique
- ▶ Nombre de labels traités sur chaque arc limité



# Relaxation lagrangienne

$$\theta_1^*(\pi) = K \times \min \left\{ c_p - \sum_{a_r | a_r \in p} \pi_{a_r} \right\} + \sum_{a_r \in A_r} \pi_{a_r}$$



# Relaxation lagrangienne

$$\theta_1^*(\pi) = K \times \min \left\{ c_p - \sum_{a_r | a_r \in p} \pi_{a_r} \right\} + \sum_{a_r \in A_r} \pi_{a_r}$$

$$\theta_2^*(\pi) = \sum_{p \in \kappa} (c_p - \sum_{a_r | a_r \in p} \pi_{a_r}) + \sum_{a_r \in A_r} \pi_{a_r}$$

où  $\kappa$  est l'ensemble des tournées  $p$  ayant  $K$  minimum coût réduit et se terminant sur un arc différent avant de retourner au dépôt



# Relaxation lagrangienne

$$\theta_1^*(\pi) = K \times \min \left\{ c_p - \sum_{a_r | a_r \in p} \pi_{a_r} \right\} + \sum_{a_r \in A_r} \pi_{a_r}$$

$$\theta_2^*(\pi) = \sum_{p \in \kappa} (c_p - \sum_{a_r | a_r \in p} \pi_{a_r}) + \sum_{a_r \in A_r} \pi_{a_r}$$

où  $\kappa$  est l'ensemble des tournées  $p$  ayant  $K$  minimum coût réduit et se terminant sur un arc différent avant de retourner au dépôt

$$\theta_2(\pi) \geq \theta_1(\pi)$$



Définition du problème

Méthode de résolution

Expérimentations



# Résultats numériques

Instance	Nombre de rues	BI	Génération de colonnes	Écart	Durée (sec)
mval1A	55	194.5	233	19.79	174
mval1B	51	236	268	13.56	64
mval1C	53	271	345	27.31	30
mval2A	44	312	337	8.01	63
mval2B	52	353	431	22.1	115
mval2C	49	507	580	14.4	10
mval3A	48	88	125	42.05	171
mval3B	45	128	151	17.97	34
mval3C	43	161	188	16.77	9
mval4A	95	560	618	10.36	1257
mval4B	102	591	693	17.26	1415
mval4C	103	584	704	20.55	778
mval4D	104	763	853	11.8	294
Lpr1	52	12881	12961	0.62	511
kshs1	30	14561	14783	1.52	2
kshs2	30	9202	9863	7.18	2

The logo for LAAS (Laboratoire d'Automatique, de Robotique et d'Assurance de la Sécurité) features the letters 'LAAS' in a stylized, overlapping font. The 'L' and 'A' are grey, while the 'S' is blue. The letters are set against a blue oval background.

# LAAS Conclusions

- ▶ Accélération en évitant le programme dynamique
- ▶ Stabilisation rapide mais calibrage long des variables duales



# Un schéma de décomposition Dantzig-Wolfe pour les problèmes de tournées de véhicules sur arcs

H. Murat AFSAR

Murat.Afsar@laas.fr

Responsable scientifique : Pierre Lopez

**LAAS-CNRS**  
**Université de Toulouse**