

PROFIL

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

Parcours

INGÉNIEUR ESTACA 2004

Dominante Véhicules Spatiaux, Option Commande des
Systèmes

DEA TIS DE L'UTC 2004

Option Commande avancée des systèmes

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ BORDEAUX

*Génération de trajectoires optimales pour systèmes
différentiellement plats : Application aux manoeuvres
d'attitude*

These soutenue le 21 septembre 2007

Thèse financée par le CNES et Thales Alenia Space.

MCF à L'UPS depuis septembre 2008,

Automatique linéaire continu, Enseignements
principalement du L2 au M1

MAC, Groupe d'accueil au LAAS

PROFIL

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

Thèmes de recherche

- Génération de trajectoires par résolution du problème de commande optimale
 - Méthodes directes classiques (Tirs et Transcription)
 - Méthodes directes par platitude

PLAN

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

① PROFIL

② COMMANDE OPTIMALE

③ EXEMPLE DE RÉOLUTION PAR LE PRINCIPE DU
MAXIMUM DE PONTRYAGIN

④ MÉTHODES DIRECTES DE RÉOLUTION

⑤ RÉOLUTION PAR PLATITUDE DIFFÉRENTIELLE

⑥ CONCLUSIONS

GÉNÉRATION DE TRAJECTOIRES

FORMALISATION

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitide

Conclusions

PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE

$$\min_{u \in \mathcal{U}} J(x(t), u(t), t)$$

vérifiant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ x(t_i) = x_i, \quad u(t_i) = u_i \\ x(t_f) = x_f, \quad u(t_f) = u_f \\ \gamma(t, x(t), u(t)) \leq 0 \end{cases}$$

- $x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m$
- $t \in [t_1, t_f] \subset \mathbb{R}, t_f$ fixé ou libre

Problème d'optimisation contraint :

SATURATION DE LA COMMANDE $u(t) \in \mathcal{U} \Leftrightarrow \underline{u} \preceq u(t) \preceq \bar{u}$

CONTRAINTES SUR LA TRAJECTOIRE

$$\gamma(\cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^\gamma, \gamma(t, X(t), u(t)) \preceq 0$$

RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

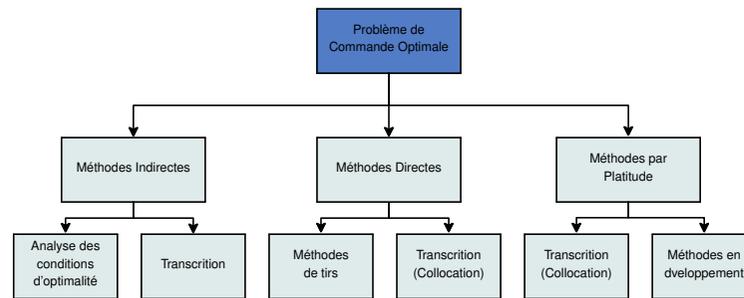
Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Commande Optimale & Platitude

Conclusions



Critère d'optimalité

RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

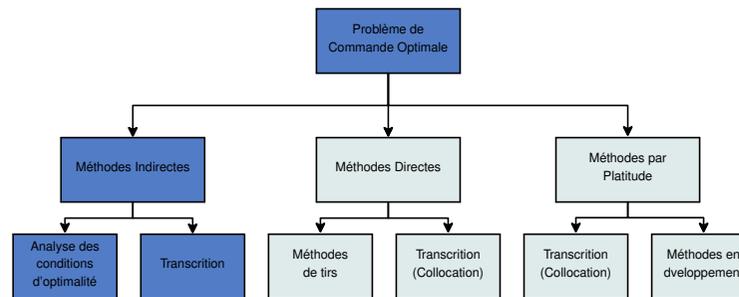
Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Commande Optimale & Platitude

Conclusions



Critère d'optimalité

- Principe du maximum de Pontryagin : La trajectoire optimale vérifie

$$\dot{x}^*(t) = H_\lambda(t, x^*, u^*, \lambda^*)$$

$$\dot{\lambda}^*(t) = -H_x(t, x^*, u^*, \lambda^*)$$

H est l'Hamiltonien (ou fonction de Pontryagin)

RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

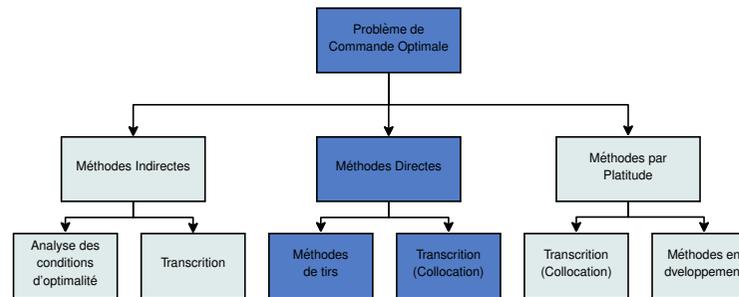
Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Commande Optimale & Platitude

Conclusions



Critère d'optimalité

- Description d'un problème d'optimisation paramétrique
 - Paramétrisation des variables X, u
 - Discrétisation des contraintes : $u(t) \in \mathcal{U}$ et $\gamma(t, X(t), u(t)) \preceq 0$
- Optimalité assurée par les algorithmes de programmation

RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

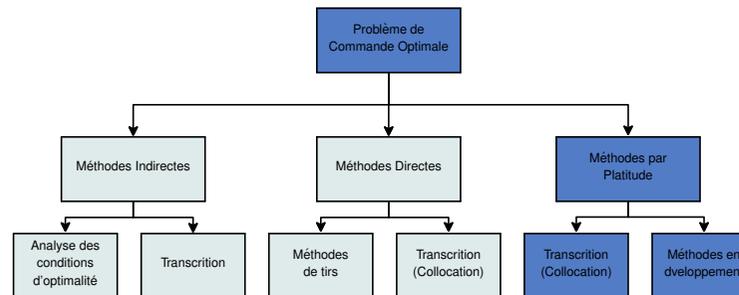
Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Commande Optimale & Platitude

Conclusions



Critère d'optimalité

- Description d'un problème d'optimisation géométrique
 - Paramétrage du PCO par la sortie plate $z(t)$
 - Outils de **Géométrie algébrique et différentielle**
- Optimalité assurée par les algorithmes de programmation

RENDEZ-VOUS SUR ORBITE ET MÉTHODES INDIRECTES

THÉORIE DU PRIMER VECTOR

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

PROBLÈME DE RDV

$$\begin{aligned} & \min_{\beta(t_i), \Delta v_i, t_i, N} J_* \\ & \text{vérifiant :} \\ & \begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t) \sum_{i=1}^N \beta(t_i) \Delta v_i \delta(t - t_i) \\ \beta_x^2(t_i) + \beta_y^2(t_i) + \beta_z^2(t_i) = 1 \quad i = 1, \dots, N \\ x(t_1) = x_1, \quad x(t_f) = x_f \\ 0 \leq \underline{\Delta v} \leq \Delta v_i \leq \overline{\Delta v} \end{cases} \end{aligned}$$

Mouvement relatif entre deux véhicules spatiaux (dynamique leader/follower)

J Vitesse caractéristique

$x \in \mathbb{R}^6$ Etat de la dynamique de mouvement relatif

Δv_i Amplitude de poussée impulsionnelle à l'instant t_i

$\beta(t_i) \in \mathbb{R}^3$ Direction de poussée à l'instant t_i

RENDEZ-VOUS SUR ORBITE ET MÉTHODES INDIRECTES

THÉORIE DU PRIMER VECTOR

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Commande Optimale & Platitude

Conclusions

- 1 Utilisation de d'une matrice de transition :

$$x(t) = \Phi(t)x(t_1) + B(t) \sum_{i=1}^N \Phi(t)\beta(t_i)\Delta v_i$$

$$\text{avec } \Phi(t) = \phi(t)\phi^{-1}(t_1)$$

THÉORIE DU PRIMER VECTOR

CNS d'optimalité de Lawden :

$$\|\lambda_v(t)\| \leq 1, \quad (1)$$

$$\|\lambda_v(t_i)\| = 1, \quad (2)$$

$$\dot{\lambda}_v(t_i)' \lambda_v(t_i) = 0, \quad \forall t_i \neq t_1, t_f \quad (3)$$

où $\lambda_v \in C^2$ est l'état adjoint associé à la vitesse ou **primer vector**, t_i instants d'impulsions

- Nombre maximal d'impulsions pour un RdV
- Méthode géométrique de Prussing

RENDEZ-VOUS SUR ORBITE ET MÉTHODES INDIRECTES

THÉORIE DU PRIMER VECTOR

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platititude

Conclusions

ALGORITHME DE CARTER

Pb de RdV de Carter :

$$\text{sous } z_f = \sum_{i=1} \phi^{-1}(t_i) B(t_i) \Delta V(t_i)$$
$$\min_{t_i, \Delta v_i} \sum \Delta v_i$$

CNS 2 et 3 de Carter à date d'impulsions fixé

$$\lambda' R(t_i) R' \lambda = 1 \quad \forall t_i \in [t_1, t_f]$$
$$\lambda' \frac{dR(t)}{dt} \Big|_{t=t_i} R' \lambda = 0 \quad t_i \neq t_1, t_f$$

Systeme polynomial multivarié en $\lambda \in \mathbb{R}^6$: Résolution par utilisation des bases de Gröbner

REMARQUES SUR LES MÉTHODES INDIRECTES

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

AVANTAGES/INCONVÉNIENTS

- + Utilisation d'algorithme formelle
- + Description formelle de la solution optimale
- + Précision numérique
- Connaissance de la structure de commutation de la trajectoire souvent nécessaire (commande continue)
- Mise en place de contraintes sur l'état difficile
- Petit domaine de convergence
- Sensibilité à la solution initiale

MÉTHODES DE TRANSCRIPTION

PRINCIPES

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription
Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

Paramétrisation

- Paramétrisation de l'état et/ou de la commande
- Discrétisation des contraintes :
 $\dot{x} = f(x, u)$ (intégration num.),
 $u(t) \in \mathcal{U}$ et $\gamma(t, X(t), u(t)) \leq 0$
- Segmentation de l'horizon

$$\sigma_i = [t_i, t_{i+1}], \quad i = 1, \dots, \nu \quad (4)$$

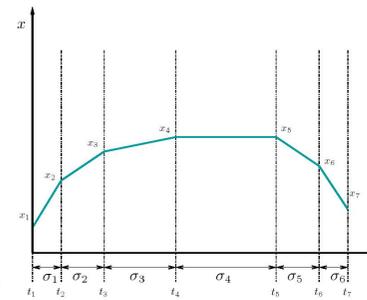


FIG.: Distribution des segments σ_i

⇒ Description d'un problème d'optimisation paramétrique de type NLP ou LP

MÉTHODES DE TRANSCRIPTION

PRINCIPES

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Transcription

Méthodes de Tirs

Commande Optimale & Platitude

Conclusions

Paramétrisation

- Paramétrisation de l'état et/ou de la commande
- Discrétisation des contraintes :
 $\dot{x} = f(x, u)$ (intégration num.),
 $u(t) \in \mathcal{U}$ et $\gamma(t, X(t), u(t)) \leq 0$
- Segmentation de l'horizon

$$\sigma_i = [t_i, t_{i+1}], \quad i = 1, \dots, \nu \quad (4)$$

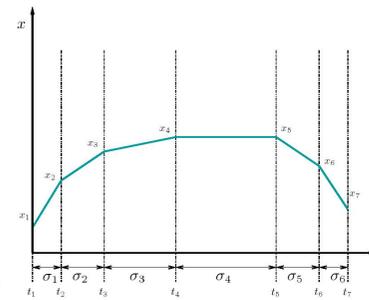


FIG.: Distribution des segments σ_i

⇒ **Description d'un problème d'optimisation paramétrique de type NLP ou LP**

Intégration numérique

MÉTHODES DE COLLOCATION méthodes Runge-Kutta

MÉTHODES PSEUDOSPECTRALES Interpolation pseudospectrale de

Legendre

APPLICATIONS DES MÉTHODES DIRECTES DE TRANSCRIPTION

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription
Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

APPLICATIONS

- + Plusieurs logiciels libres ou commerciales disponibles :
 - Librairie ALTOS [?]
 - Logiciel OTIS [?]
- + Applications aux systèmes NL notamment spatiaux [?] et :
 - Transferts orbitaux à poussées faibles et/ou impulsives [?]
 - Trajectoires atmosphériques de lanceurs

AVANTAGES/INCONVÉNIENTS

- | | |
|---|---|
| + Mise en oeuvre simple des contraintes | – Approximation de la solution optimale |
| + Peu sensible à la solution initiale | – Algorithmes nécessitant de la puissance de calcul |
| + Méthodes robustes numériquement | – Problème de minima locaux |

MÉTHODES DE TIRS

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription

Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

Principes

- Paramétrage de la commande
- Propagation de la dynamique
 - Utilisation d'une matrice de propagation
 - Intégration explicite de la contrainte différentielle
- Optimisation des paramètres de la commande
- Optimalité assurée par le solveur

MÉTHODE DIRECTES

APPLICATION AU RDV

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription

Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

PROBLÈME DE RDV

$$\min_{\beta(t_i), \Delta v_i, t_i, N} J_*$$
$$\text{vérifiant : } \begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t) \sum_{i=1}^N \beta(t_i) \Delta v_i \delta(t - t_i) \\ \beta_x^2(t_i) + \beta_y^2(t_i) + \beta_z^2(t_i) = 1 \quad i = 1, \dots, N \\ x(t_1) = x_1, \quad x(t_f) = x_f \\ 0 \leq \underline{\Delta v} \leq \Delta v_i \leq \overline{\Delta v} \end{cases}$$

- Nombre et répartition des impulsions fixés *a priori*

MÉTHODE DIRECTES

APPLICATION AU RDV

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription

Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

- Introduction de la matrice de transition Φ

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t) \sum_{i=1}^N \beta(t_i) \Delta v_i \delta(t - t_i)$$

$$x(t) = \Phi(t, t_1)x(t_1) + \sum_{i=1}^N \Phi(t, t_i) B(t) \beta(t_i) \Delta v_i$$

$$x(t) = \Phi(t)x(t_1) + \mathbf{B}(t)\Delta V$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta V &= [\beta(T_{t_1})^T \Delta v_1, \dots, \beta(T_{t_r})^T \Delta v_r]^T \\ &= [\Delta V^T(T_{t_1}), \dots, \Delta V^T(T_{t_r})]^T \end{aligned}$$

MÉTHODE DIRECTES

APPLICATION AU RDV

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription

Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

ALGORITHME DE TIRS

$$\text{vérifiant : } \begin{cases} \min_{\Delta V_i} |\Delta V| \\ x_f = \Phi(t_f)x(t_1) + \mathbf{B}(t_f)\Delta V \\ |\Delta V_i| \leq \overline{\Delta v} \end{cases}$$

- $\Delta V = [\Delta V_1^T \quad \Delta V_2^T \quad \dots \quad \Delta V_f^T]^T \in \mathbb{R}^{3N}$
- $\mathbf{B} = [\Phi(t_f, t_1)B \quad \Phi(t_f, t_2)B \quad \dots \quad \Phi(t_f, t_f)B] \in \mathbb{R}^{6 \times 3N}$

MÉTHODE DIRECTES

APPLICATION AU RDV

MOCOSY WS

Christophe
LOUMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription

Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

ALGORITHME DE TIRS

$$\text{vérifiant : } \begin{cases} \min_{\Delta V_i} |\Delta V| \\ x_f = \Phi(t_f)x(t_1) + \mathbf{B}(t)\Delta V \\ |\Delta V_i| \leq \overline{\Delta v} \end{cases}$$



PROGRAMMATION LINÉAIRE

$$\text{sous } \begin{cases} \min |Z| \\ x_f = \Phi(t_f, t_1)x_1 + \mathbf{B}\Delta V \\ \Delta V(j) \leq Z(j), \quad j = 1, \dots, 3N \\ -\Delta V(j) \leq Z(j), \quad j = 1, \dots, 3N \\ 0 \leq Z \leq \overline{\Delta V} \end{cases}$$

MÉTHODE DIRECTES

APPLICATION AU RDV

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription
Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

- 10 impulsions et $\Delta V = 100m/s$
- demi-gd axe : $6.763e6m$
- excentricité : 0.0052
- inclinaison : 52°
- Argument du périégée $\omega = 0$
- Ascension droite $\Omega = 0$
- Position initiale $v_{cib} = 0$,
 $v_{cha} = -0.05^\circ$ soit une
distance $\approx 5.5km$

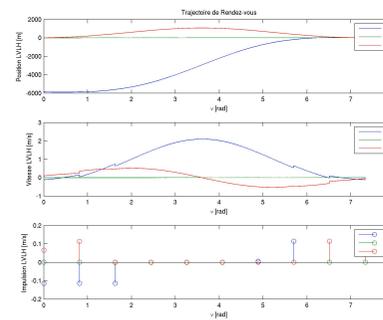


FIG.: Horizon de $\frac{8}{3}\pi$ (123min)

APPLICATIONS DES MÉTHODES DIRECTES DE TRANSCRIPTION

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Transcription

Méthodes de
Tirs

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

APPLICATIONS

- + Méthodes efficaces pour les systèmes linéaires admettant une matrice de transition
- + Utilisation d'algorithme de programmation linéaire

APPLICATIONS DES MÉTHODES DIRECTES DE TRANSCRIPTION

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Transcription

Méthodes de Tirs

Commande Optimale & Platitude

Conclusions

APPLICATIONS

- + Méthodes efficaces pour les systèmes linéaires admettant une matrice de transition
- + Utilisation d'algorithmes de programmation linéaire

AVANTAGES/INCONVÉNIENTS

- + Mise en oeuvre simple de contraintes linéaires (Contraintes d'évitement, sauvegarde)
- + Peu sensible à la solution initiale.
- + Méthodes robustes numériquement.
- Intégration explicite des dynamiques en absence de matrice de transition ou dynamique non linéaire.
- Algorithmes nécessitant de la puissance de calcul dans les cas NL.

PLATITUDE DIFFÉRENTIELLE

FORMULATION ALGÈBRE

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

DÉFINITION [?]

Un système est plat s'il existe un jeu de m sorties plates z et leurs dérivées successives qui déterminent les n états et les m entrées du système sans intégration tel que :

$$\begin{aligned}x &= \psi_x(z, \dot{z}, \ddot{z}, \dots, z^{(s)}) \\ u &= \psi_u(z, \dot{z}, \ddot{z}, \dots, z^{(s+1)})\end{aligned}$$

mais tel qu'on ait aussi la réciproque :

$$z = h(x, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots, u^{(r)})$$

PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE PLAT

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platititude

Conclusions

$$\min_u J(x(t), u(t), t)$$

vérifiant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ x(t_i) = x_i, \quad u(t_i) = u_i \\ x(t_f) = x_f, \quad u(t_f) = u_f \\ \gamma(x(t), u(t)) \geq 0 \end{array} \right.$$

PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE PLAT

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

$$\min_u J(x(t), u(t), t)$$

vérifiant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ x(t_i) = x_i, \quad u(t_i) = u_i \\ x(t_f) = x_f, \quad u(t_f) = u_f \\ \gamma(x(t), u(t)) \geq 0 \end{cases}$$

- Le modèle non linéaire plat avec $\bar{z} = \{z, \dot{z}, \ddot{z}, \dots\}$

$$x = \psi_x(\bar{z})$$

$$u = \psi_u(\bar{z})$$

PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE PLAT

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

$$\min_u J(x(t), u(t), t)$$

vérifiant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ x(t_i) = x_i, \quad u(t_i) = u_i \\ x(t_f) = x_f, \quad u(t_f) = u_f \\ \gamma(x(t), u(t)) \geq 0 \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\min_{\bar{z}} J(\bar{z})$$

$$\text{sous les contraintes : } \begin{cases} \bar{z}(t_0) = \bar{z}_0 \\ \bar{z}(t_f) = \bar{z}_f \\ \bar{z}(t) \in S_{\bar{z}} \end{cases}$$

avec $\bar{z}(t) \in S_{\bar{z}} \equiv \gamma(\bar{z}(t)) \geq 0$

PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE PLAT

PROPRIÉTÉS

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

$$\min_{\bar{z}} J(\bar{z})$$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} \bar{z}(t_0) = \bar{z}_0 \\ \bar{z}(t_f) = \bar{z}_f \\ \bar{z}(t) \in S_{\bar{z}} \end{cases}$$

avec $\bar{z}(t) \in S_{\bar{z}} \equiv \gamma(\bar{z}(t)) \geq 0$

- Paramétrisation minimale du problème de commande optimale
- Résolution sans intégration

⇒ Problème d'optimisation géométrique

RÉSOLUTION DU PB GÉOMÉTRIQUE PAR FORMULATION SDP

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

- Paramétrisation de la sortie plate par B-splines d'ordre k

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^n C_{i,j} \cdot B_{j,k}(t), \quad i = 1, \dots, m$$

- Espace admissible S_z approché par un polytope S_P

RÉSOLUTION DU PB GÉOMÉTRIQUE PAR FORMULATION SDP

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

Commande optimale

Méthodes Indirectes

Méthodes Directes

Commande Optimale & Platitude

Conclusions

- Paramétrisation de la sortie plate par B-splines d'ordre k
- Espace admissible $S_{\bar{z}}$ approché par un polytope S_P

OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE

$$\min_C J(C) \quad \begin{cases} C_1 = z_i \\ C_n = z_f \\ \bar{z}(C, t) \in S_P \geq 0 \end{cases}$$

Objectifs

- **Analyse des contraintes sur le continuum** temporel par **formulation LMI** du problème de commande optimal

Démarche

- 1 Définir le **problème d'appartenance** $t \mapsto \bar{z}(t)$ à un **demi-espace** de $O_{\bar{z}}$ comme un problème de positivité de B-spline
- 2 Définir des **conditions de positivité d'une B-spline**

APPARTENANCE D'UNE TRAJECTOIRE $t \mapsto \bar{z}(t)$ À UN DEMI-ESPACE

FORMULATION DU PROBLÈME DE POSITIVITÉ

MOCOSY WS

Christophe
LOUMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitide

Conclusions

$t \mapsto \bar{z}$ appartient au demi-espace défini par l'hyperplan H ssi

$$\langle a, \bar{z}(t) \rangle \geq b$$

$$\langle a, \bar{z} \rangle \geq b \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 z_1 + \dots + a_{m_z} z_{m_z} + \dots \\ a_{m_z+1} \dot{z}_1 + \dots + a_{2m_z} \dot{z}_{m_z} + \dots \\ \vdots \\ a_{(r-1)m_z+1} z_1^{(r)} + \dots + a_{m_z r} z_{m_z}^{(r)} \geq b \end{cases}$$

avec

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^n C_{i,j} \cdot B_{j,k}(t), \quad i = 1, \dots, m_z$$

$$z_i^{(r)}(t) = \sum_{j=1}^n C_{i,j} \cdot B_{j,k}^{(r)}(t), \quad i = 1, \dots, m_z$$

APPARTENANCE D'UNE TRAJECTOIRE $t \mapsto \bar{z}(t)$ À UN DEMI-ESPACE

FORMULATION DU PROBLÈME DE POSITIVITÉ

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

$t \mapsto \bar{z}$ appartient au demi-espace défini par l'hyperplan H ssi

$$\langle a, \bar{z}(t) \rangle \geq b$$

PROPOSITION

La somme d'un polynôme par morceaux appartenant à $\mathbb{P}_{k,\xi,\nu}$ et de ses r dérivées successives est représentable dans une base de B-splines

$$v_{i,k} \in \mathbb{P}_{k,\xi,\nu \oplus r}$$

PROBLÈME DE POSITIVITÉ

$$\langle a, \bar{z} \rangle \geq b \iff P_\mu(t) = \sum_{i=1}^{n_v} \mu_i v_{i,k}(t) \geq 0$$

$$\text{avec } \mu_i = \sum_{j=1}^n (\alpha_{1,i,j} C_{1,j} + \dots + \alpha_{m_z,i,j} C_{m_z,j}) - b$$

FORMULATION SEMIDÉFINIE DU PCO

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

$$\begin{aligned} & \min_C J_C(C) \\ \text{sous les contraintes : } & \begin{cases} \bar{z}(t_i, C) = \bar{z}_i \\ \bar{z}(t_f, C) = \bar{z}_f \\ \forall t \in \Delta, H\bar{z}(t) \leq K \end{cases} \end{aligned}$$

FORMULATION SEMIDÉFINIE DU PCO

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitide

Conclusions

$$\begin{aligned} & \min_C J_C(C) \\ \text{sous les contraintes : } & \begin{cases} \bar{z}(t_i, C) = \bar{z}_i \\ \bar{z}(t_f, C) = \bar{z}_f \\ \forall t \in \Delta, H\bar{z}(t) \leq K \end{cases} \end{aligned}$$

\Downarrow

$$\begin{cases} M_C C = M_{\bar{z}} \\ \alpha_1 C - b_1 = \Lambda^*(Y_1), \quad Y_1 \succeq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{n_c} C - b_{n_c} = \Lambda^*(Y_{n_c}), \quad Y_{n_c} \succeq 0 \end{cases}$$

EXEMPLE

ROBOT À LIEN ÉLASTIQUE

MOCOSY WS

Christophe LOUEMBET

Profil

Commande optimale

Méthodes Indirectes

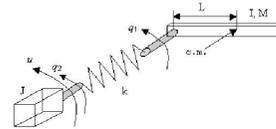
Méthodes Directes

Commande Optimale & Platitude

Conclusions

Soit le système non linéaire :

$$\begin{aligned} I\ddot{q}_1 + MgL \sin q_1 + k(q_1 - q_2) &= 0 \\ J\ddot{q}_2 - k(q_1 - q_2) &= u \end{aligned}$$



Le système admet la sortie plate suivante :
 $z = q_1$

FIG.: Schéma du manipulateur

$$\begin{aligned} \min_C \int_0^{t_f} q_1^2 dt \\ \text{subject to :} \end{aligned} \quad \begin{cases} x_{t_0} = [-\frac{\pi}{12}, 0.01, -\frac{\pi}{12}, -0.01] \\ x_{t_f} = [\frac{\pi}{16}, -0.01, \frac{\pi}{16}, 0.01] \\ -\frac{\pi}{3} \leq q_1 \leq \frac{\pi}{3} \\ -\frac{\pi}{4} \leq q_2 \leq \frac{\pi}{4} \\ -\frac{\pi}{12} \leq q_2 - q_1 \leq \frac{\pi}{12} \end{cases}$$

L'intervalle de temps $\Delta = [0, 5]$

EXEMPLE

RÉSULTATS

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitide

Conclusions

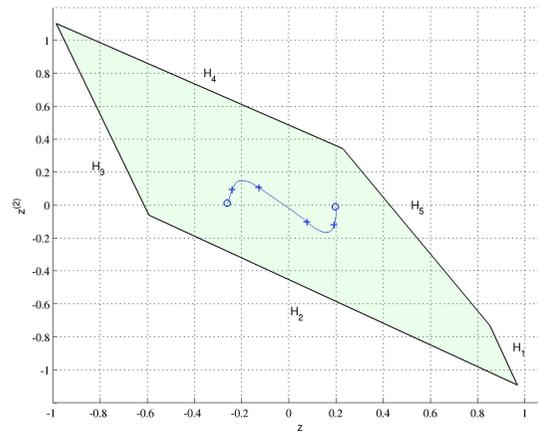


FIG.: Trajectoire $\bar{z}(t)$ et approximation polytopique $P_{\bar{z}}$

EXEMPLE

RÉSULTATS

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitudo

Conclusions

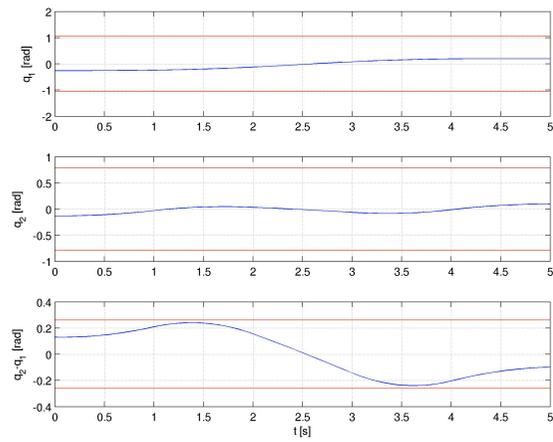


FIG.: Trajectoires d'états

REMARQUES SUR LA FORMULATION SDP

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platititude

Conclusions

APPLICATIONS

+ Méthodes applicables à tous les systèmes non linéaires plats

TRAVAUX DE RECHERCHE EN COURS

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

- Recherche thématique : Géométrie et algèbre pour la génération de trajectoires
 - Méthodes convexification par voie algébrique ou analyse fonctionnelle
 - Génération de polynôme par morceaux sous contraintes par optimisation convexe (création d'une toolbox)
 - Génération de trajectoires à contraintes garanties dans le temps pour les systèmes pilotés par impulsions.
 - Evaluer l'impact d'incertitudes paramétriques par analyse d'intervalles
 - Prise en compte de contraintes fréquentielles

TRAVAUX DE RECHERCHE EN COURS

MOCOSY WS

Christophe
LOUEMBET

Profil

Commande
optimale

Méthodes
Indirectes

Méthodes
Directes

Commande
Optimale &
Platitude

Conclusions

- Recherche thématique : Géométrie et algèbre pour la génération de trajectoires
 - Méthodes convexification par voie algébrique ou analyse fonctionnelle
 - Génération de polynôme par morceaux sous contraintes par optimisation convexe (création d'une toolbox)
 - Génération de trajectoires à contraintes garanties dans le temps pour les systèmes pilotés par impulsions.
 - Evaluer l'impact d'incertitudes paramétriques par analyse d'intervalles
 - Prise en compte de contraintes fréquentielles
- Automatique pour le domaine spatial
 - collaboration groupe MAC/CNES/Astrium sur le guidage pour le RdV sur orbite.