

# La cryptologie: des messages secrets aux transactions sécurisées

40<sup>ème</sup> anniversaire du LAAS  
Toulouse, 20 juin 2008

Jacques Stern

professeur à l'Ecole normale supérieure

président de l'ANR

président d'INGENICO



ingenico

AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE

ANR



# Résumé

- Bref aperçu historique
- Qu'est-ce que la cryptologie?
- Quatre questions
- Un exemple d'application



# Un art ancien

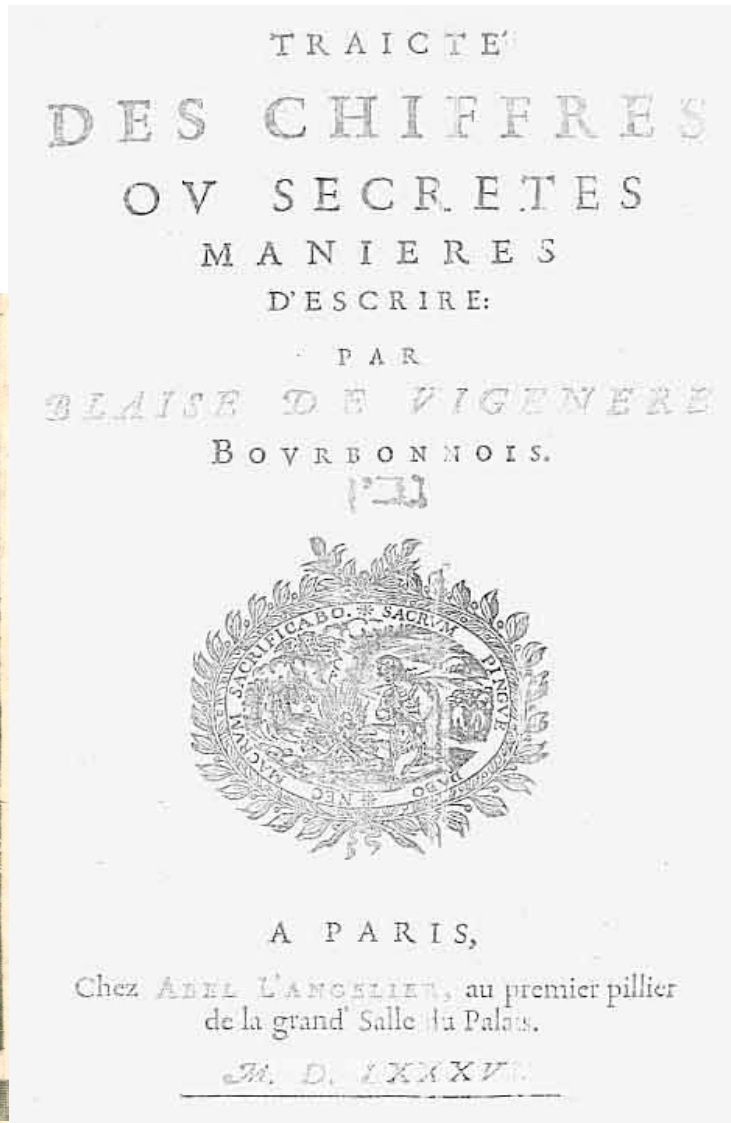
- papier
- cadrans et cylindres
- machines chiffantes

**Avertissement** : Les illustrations de cette planche (et de plusieurs autres planches) étant non libres de droits, elles ont été supprimées pour permettre une large diffusion de ce document.

# Une science ancienne

- al-Kindi (850)
- Vigenere (1585)
- Schott (1665)

العلم القديم هو العلم الذي كان موجودا في الحضارات القديمة مثل مصر واليونان والرومان. وكان هذا العلم يهتم بالدراسة المنهجية للظواهر الطبيعية والاجتماعية. وكان العلماء في تلك الحضارات يهتمون بالدراسة المنهجية للظواهر الطبيعية والاجتماعية. وكان العلماء في تلك الحضارات يهتمون بالدراسة المنهجية للظواهر الطبيعية والاجتماعية.





# Une science longtemps duale : la guerre des codes

- Contre l'ENIGMA
- Gagnée par Alan Turing et les Britanniques



# Une science intimement liée à l'informatique

- 1944 : Colossus, machine informatique suggérée par Turing
- 1976 : Invention de la cryptologie à clé publique pour une communication sûre entre machines ; anticipation d'Internet

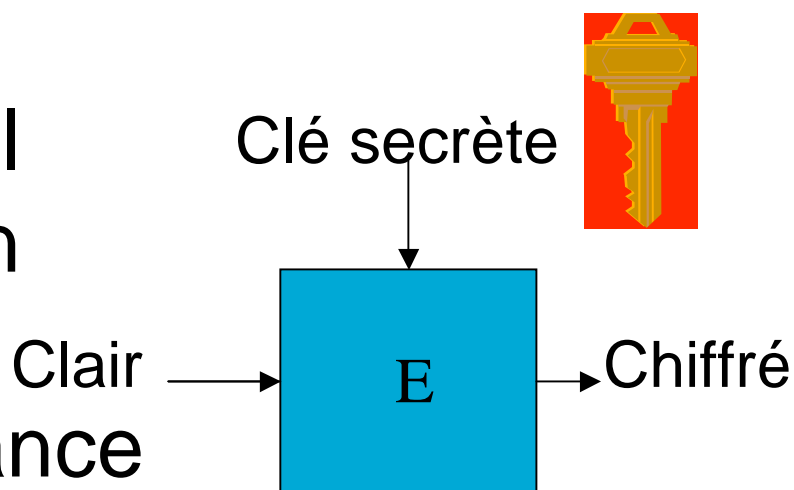


# Qu'est ce que la cryptologie

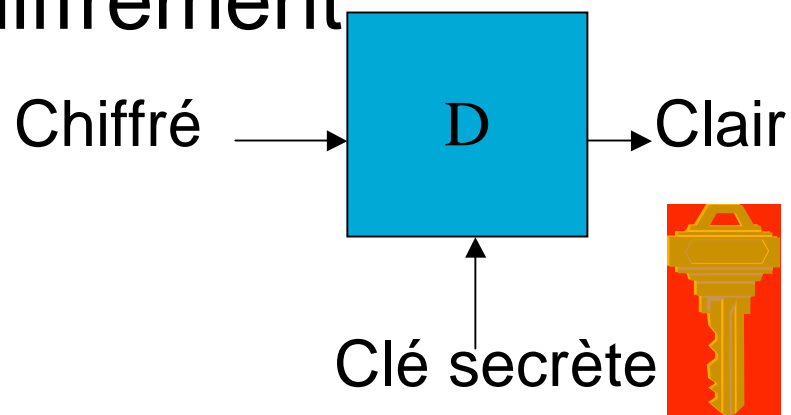
- La science des messages secrets
- La trilogie fondamentale :
  - Intégrité
  - Authenticité
  - Confidentialité

# Confidentialité: le chiffrement

- Transmettre un message sur un canal non sécurisé de façon qu'un tiers ne puisse en prendre connaissance



- Une clé **préalablement échangée** sert au chiffrement et au déchiffrement

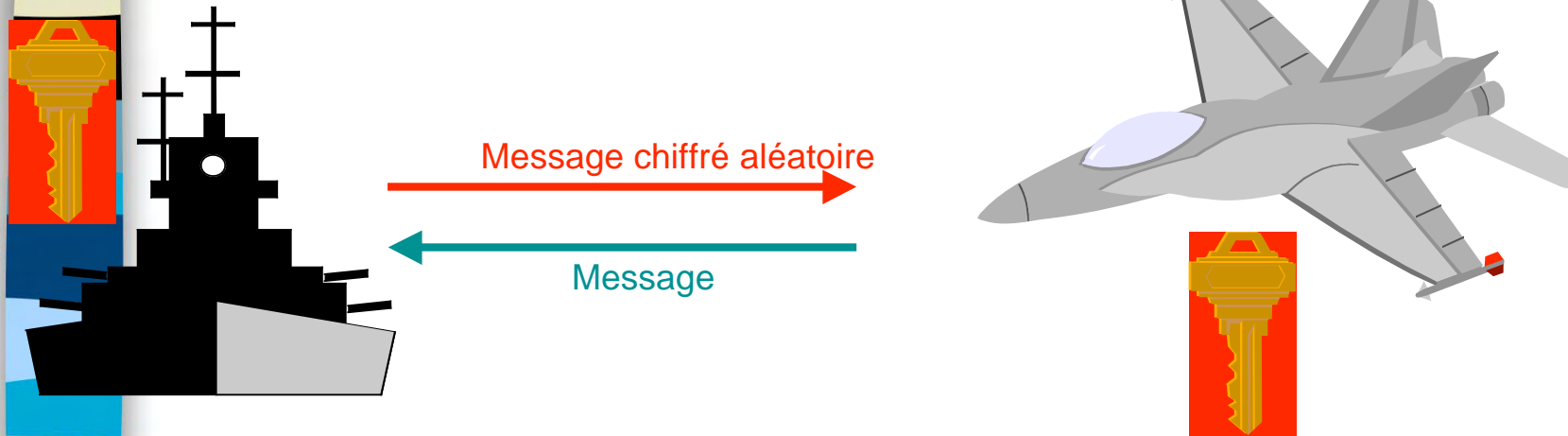


- Exemples DES, 3-DES, RC4, AES



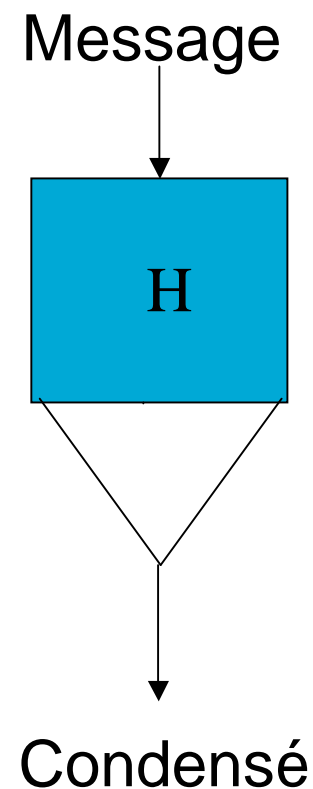
# Authenticité

- La capacité de chiffrer et déchiffrer garantit l'authenticité
- Cette authenticité n'est **pas opposable aux tiers**



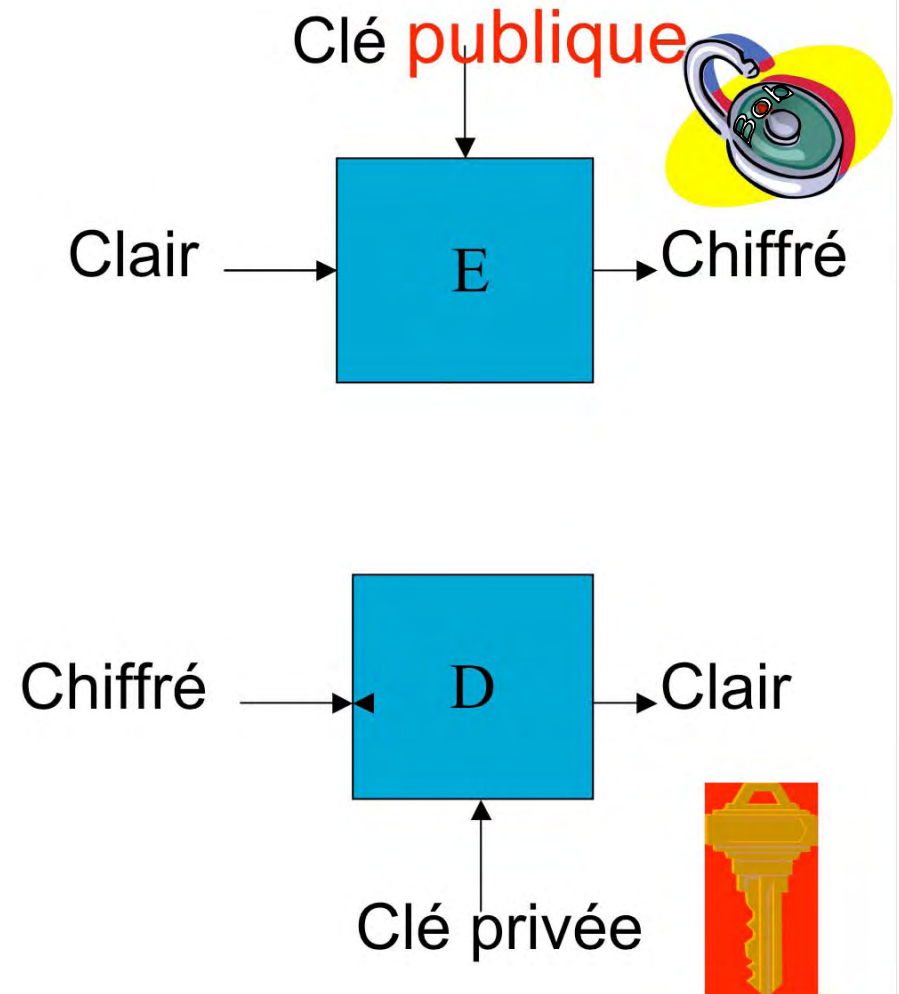
# Intégrité: fonctions de hachage

- L'intégrité peut être garantie sans clé.
- Une valeur calculée par une *fonction de hachage*  $H$  est transmise par un canal sûr (ou authentifiée).
- Propriété **paradoxe**:  $H$  doit résister aux collisions:  $x \neq y \implies H(x) \neq H(y)$



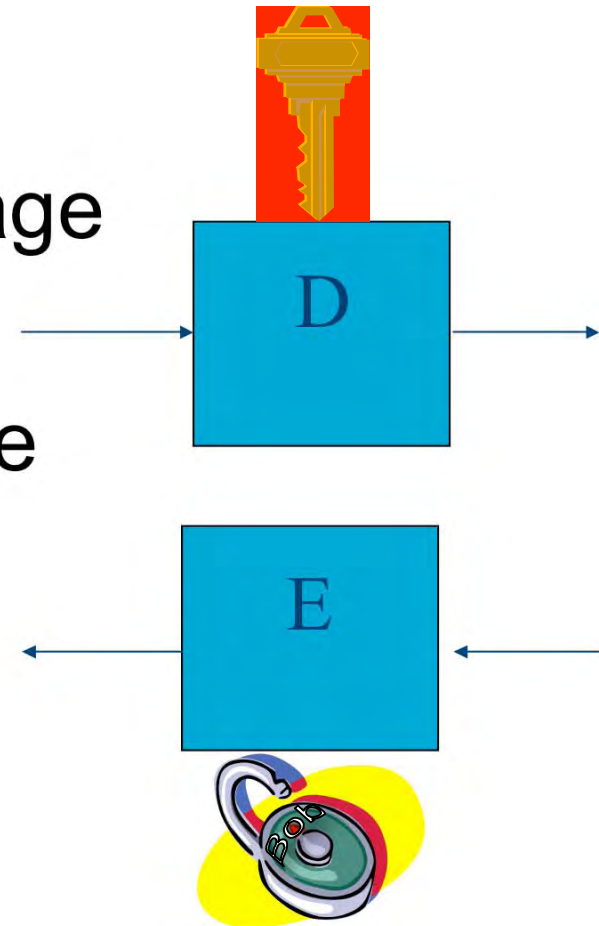
# 1976-78: la cryptologie asymétrique

- Inventée par Whitfield Diffie et Martin Hellman
- **Élimine** tout échange préalable
- Réalisée par Ron Rivest, Adi Shamir et Len Adleman



# La cryptographie à clef publique mène aux signatures

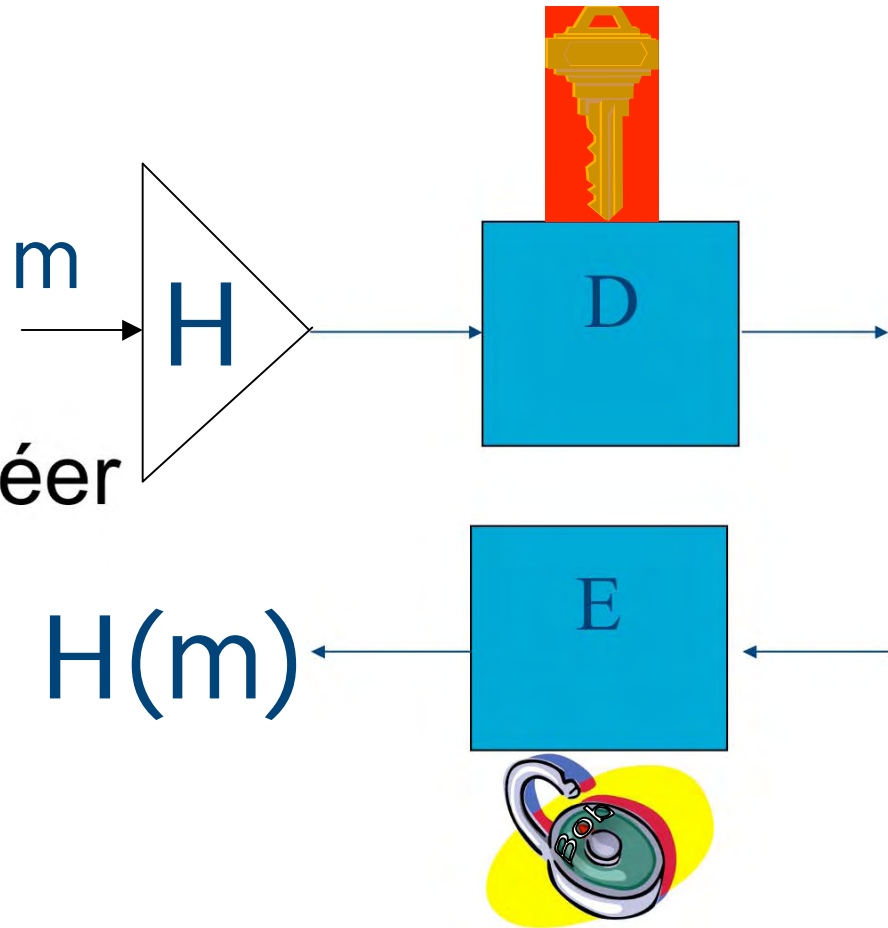
- En appliquant  $D$  au message  $m$  pour créer la signature
- La vérification ne nécessite que la clef publique
- Rend **opposable aux tiers** l'authentification



## Plus précisément:

On applique  $D$  au message  $m$  pour créer la signature

La vérification met en jeu  $H(m)$



# Le cryptosystème RSA

- 1978: Rivest, Shamir Adleman
- module  $n$  et exposant petit  $e$
- $n$  produit de  $p$   $q$  premiers
- Le chiffrement de  $x$  est

$$y = x^e \pmod{n}$$

- Le déchiffrement de  $y$  est

$$x = y^d \pmod{n}$$

- $d$  calculé à partir de  $p, q$  (secrets)

$$e \cdot d = 1 \pmod{\phi(n)}$$



Euler  
1707-1783



# Sécurité algorithmique

Fondée sur la difficulté  
de trouver deux  
nombres premiers  $p$   
and  $q$  à partir de leur  
produit  $n$

Le record  $\longrightarrow$

Précédent 173: 12/03;  
recommandé 1024 bits  
(328) ou 2048

Date: Mon, 9 May 2005 18:05:10  
+0200 (CEST)

From: "Thorsten Kleinjung"

Subject: rsa200

We have factored RSA200 by  
GNFS. The factors are

3532461934402770121272604978  
1984643686711974001976250236  
4930346877612125367942320005  
8547956528088349

and

7925869954478333033347085841  
4800596877379758573642199607  
3433034145576787281815213538  
1409304740185467

More details will be given later.

F. Bahr, M. Boehm, J. Franke, T.  
Kleinjung



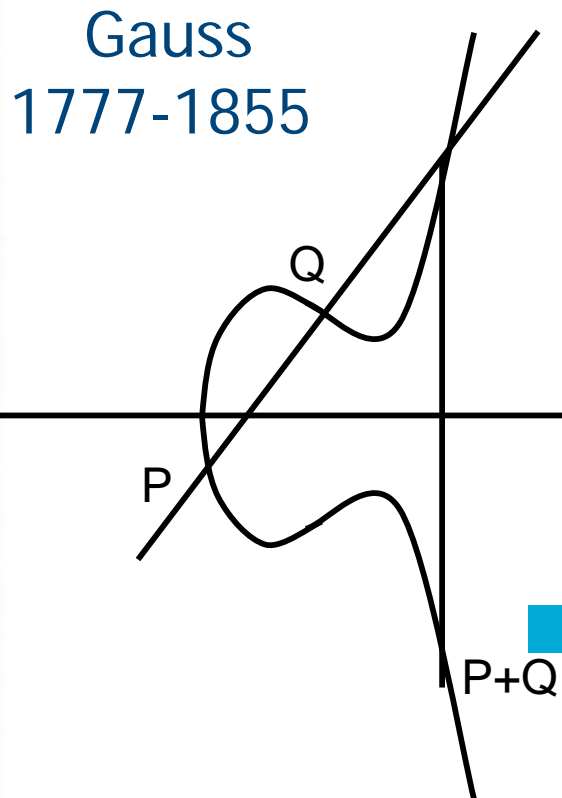
## Quatre questions après RSA?

- Peut-on faire **plus court**?  
[taille des clés]
- Peut-on faire **plus rapide**?  
[complexité des calculs]
- Peut-on **prouver** la sécurité?  
[sous certaines hypothèses]
- Peut-on **choisir** la clé publique?  
[son adresse mail?]



# Plus court

- Cryptographie fondée sur les fonctions/courbes « elliptiques ». Idée: remplacer le groupe multiplicatif des entiers non nuls mod  $n$



- 1985 : Koblitz et Miller independamment

Abel 1802-1829



# Pourquoi?



- Parce qu'il n'y a pas d'algorithme « sous-exponentiel » connu pour la résolution de l'équation

$$x.G = P$$

sur une courbe (*log discret*)

- Record : courbes de 109 bits (2002/2005)

# Comment?

- Un point  $G$ , un point  $P$  
- valeur  $x$  telle que  $x G = P$  
- Pour chiffrer créer une clé éphémère  $k = H(r P)$  à partir d'un aléa  $r$ . Emettre le chiffré  $c$  et le point  $Q = r G$
- Déchiffrer avec  $k = H(x Q)$



## Plus rapide: défense et attaque



- 1997 : cryptanalyse d'un algorithme de chiffrement « rapide » proposé par Ajtai et Dwork (IBM)
- 2007: cryptanalyse de l'algorithme de signature « rapide » SFLASH en voie d'adoption comme norme

# L'attaque de AD

- Un hyperplan caché de l'espace  $\mathbb{R}^n$   $(xa)=b$
- Des points proches des hyperplans  $// (xa)=b\mathbf{Z}$
- Chiffrer un bit 0/1 par un point proche/loin
- Déchifrer avec l'équation cachée
- Cryptanalyse fondée sur la géométrie des nombres (JS, P. Nguyen)



Minkovski  
1864-1909

# L'attaque de SFLASH

- Un polynôme quadratique dans un corps fini binaire  $F(2^n)$ :

$$Y=X^\theta \text{ AVEC } \theta = 2^i + 2^j$$



- Des changements de variables affines

- $\rightarrow k < n$  équations quadratiques

liant  $x = (x_1, \dots, x_n)$  et  $y = (y_1, \dots, y_k)$



- Signer en résolvant pour  $H(m) = y$

Sylvester  
1814-1897

- **Cryptanalyse fondée sur la recherche de matrices « antisymétriques » (JS + Shamir + P.A. Fouque + V. Dubois)**

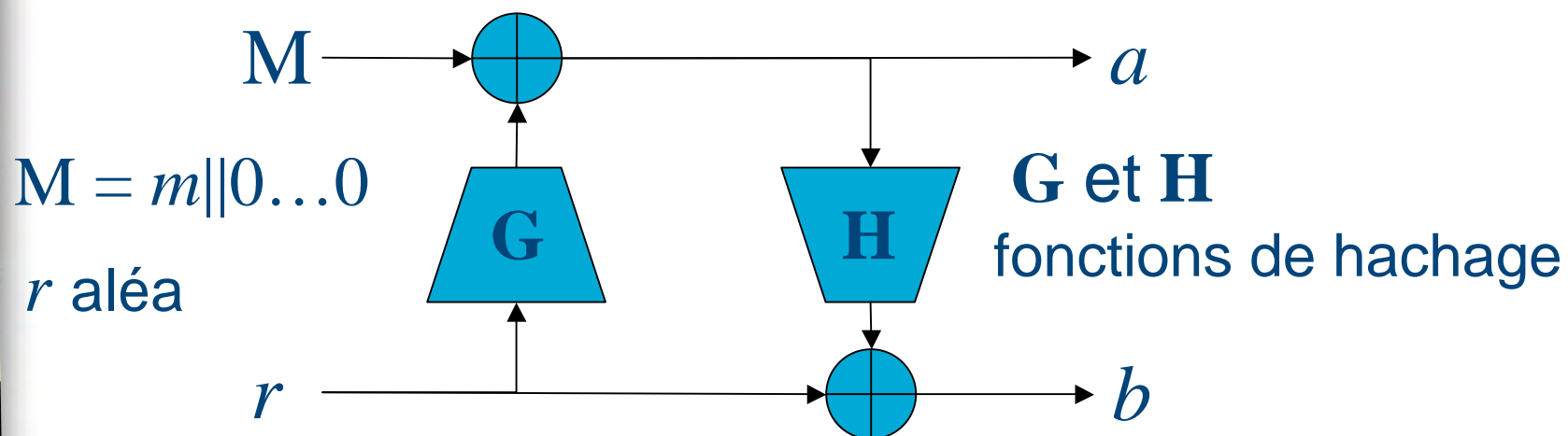
# Prouvable?

- 1990-2000 : **Méthode de « sécurité prouvée »**: Version du 1er principe de Kerckhoffs (1883), « *Le système doit être matériellement sinon mathématiquement indéchiffrable* », utilisant la théorie de la complexité algorithmique
- Ne peut « prouver » RSA mais permet de résister à des attaques variées (ex. CCA), sous l'hypothèse qu'on ne peut inverser RSA.



Kerckhoffs  
1835-1903

# OAEP Bellare-Rogaway 1994



- méthode de sécurité prouvée appliquée à OAEP (format RSA normalisé)
- 2000 : la preuve est reconnue fausse!
- 2001: preuve correcte (JS + D. Pointcheval + T. Okamoto + E. Fujisaki)



# Choisir sa clé publique

- Problème posé par Shamir en 1984
- Résolu en 1986 par Fiat et Shamir dans le cas des signatures
- S'appuie sur la théorie du "zero-knowledge"

Turing 1912-1954

Prouver (interactivement) la connaissance d'un secret sans révéler un seul bit d'information

Shannon 1916-2001



# Cryptographie fondée sur l'identité

- Problème résolu pour le chiffrement en 2001 par Boneh et Franklin

Weil 1906-1998

- Utilise le “couplage” de Weil, opération math.

$$G \times G \rightarrow G_1$$

$G$  groupe des points de  $q$ -torsion d'une courbe elliptique,  $G_1$  groupe des racines  $q$ -ièmes de l'unité

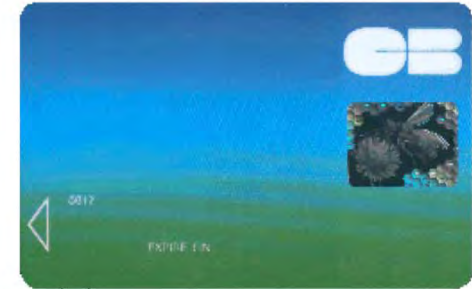
# Les applications :

- Nous portons sur nous deux processeurs cryptographiques
- et utilisons des connexions sécurisées



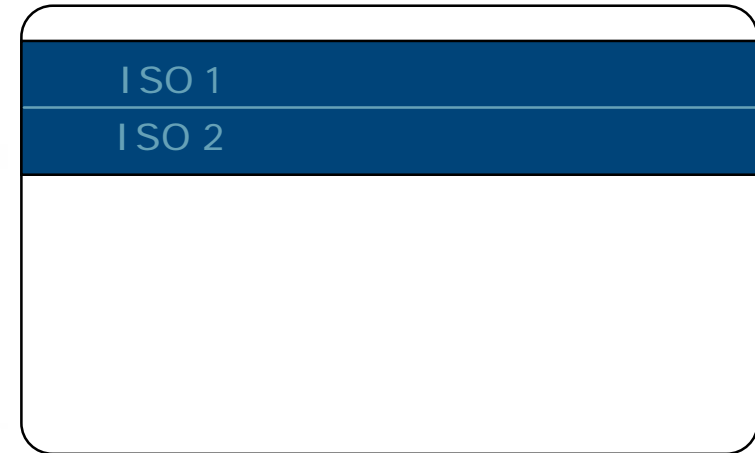
# Etude de cas: Les cartes bancaires

- 1967: cartes
- 1971: cartes à piste magnétique
- 1990-1992: vers la puce
- 2004- : vers EMV et le DDA



# Premier niveau de sécurité: piste

- Données (en clair)
  - PAN(numéro)
  - date d'expiration
  - données de service
- Données chiffrées : PIN  
CODE chiffré





# Menaces

La piste est copiable

Le CODE PIN visible



## Second niveau de sécurité: puce

- Authentification hors ligne
- CODE PIN
- Authentification des transactions par cryptogramme

# CODE PIN



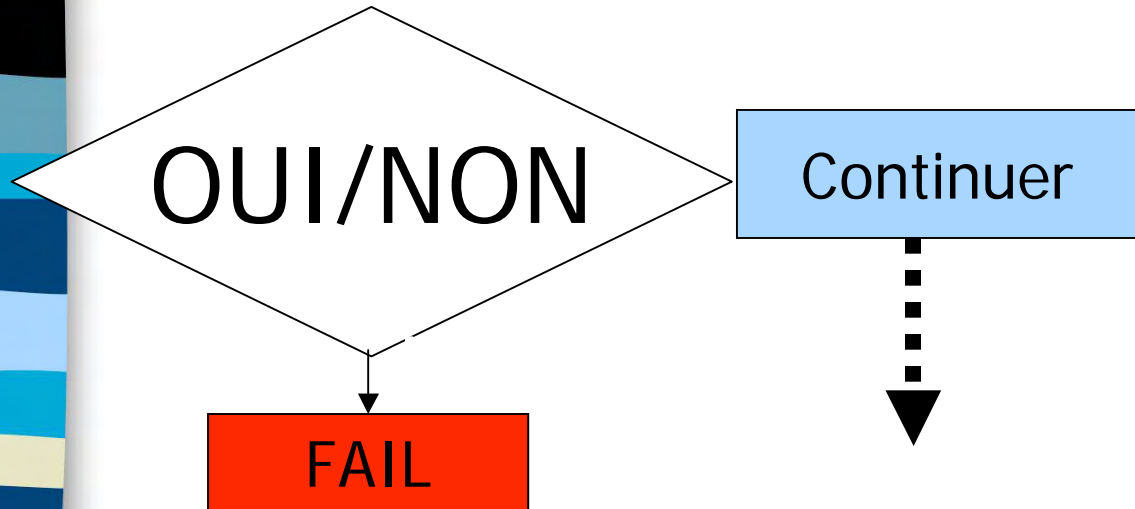
PIN CODE



OUI/NON

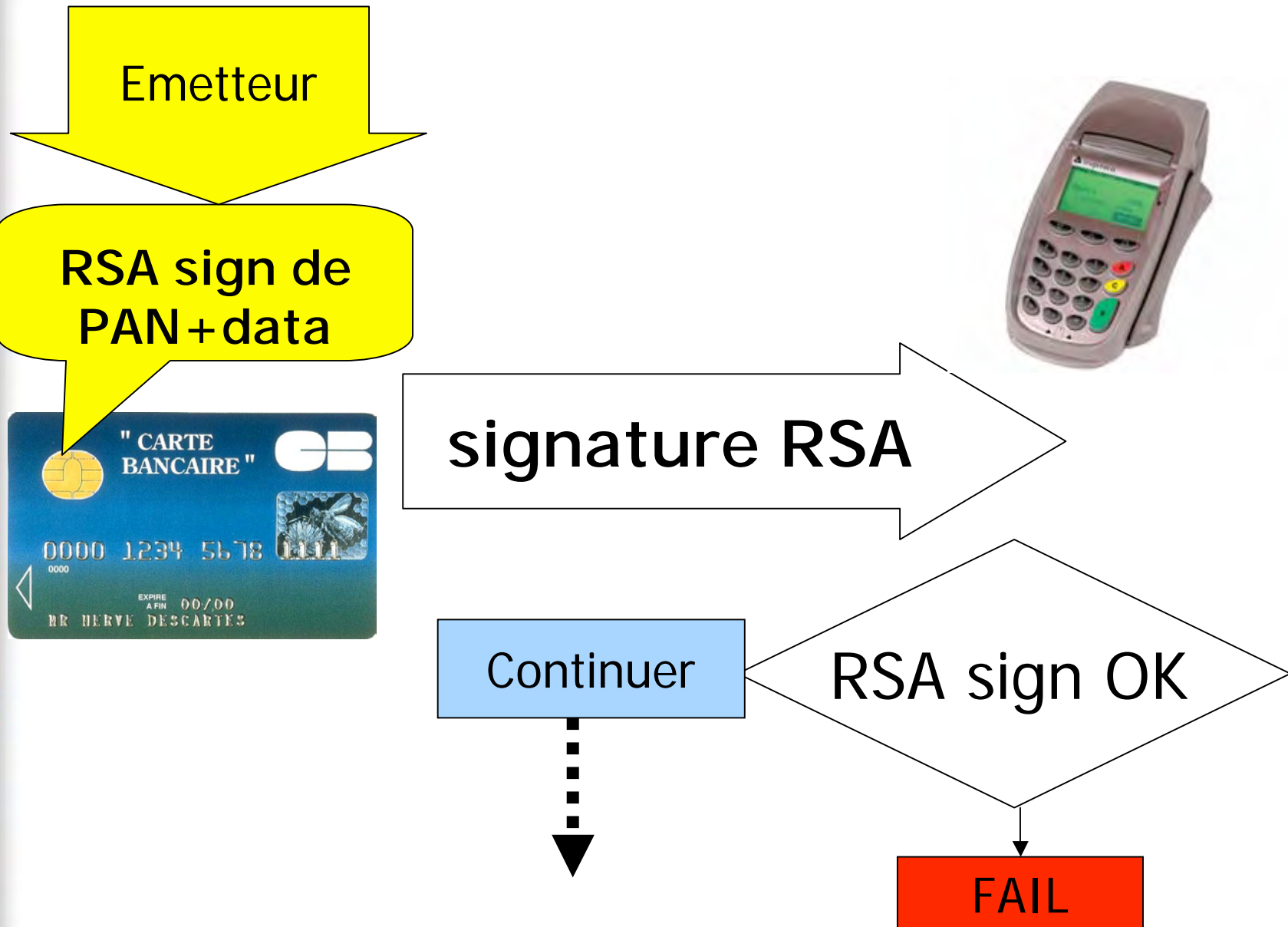
Continuer

FAIL





# SDA: Static Data Authentication



# Vérification en ligne du cryptogramme

Emetteur



Cryptogramme

Clé secrète  
« Triple DES »

Cryptogramme OK



Transaction

Cryptogramme 3-DES

Continuer

Cryptogramme OK

FAIL

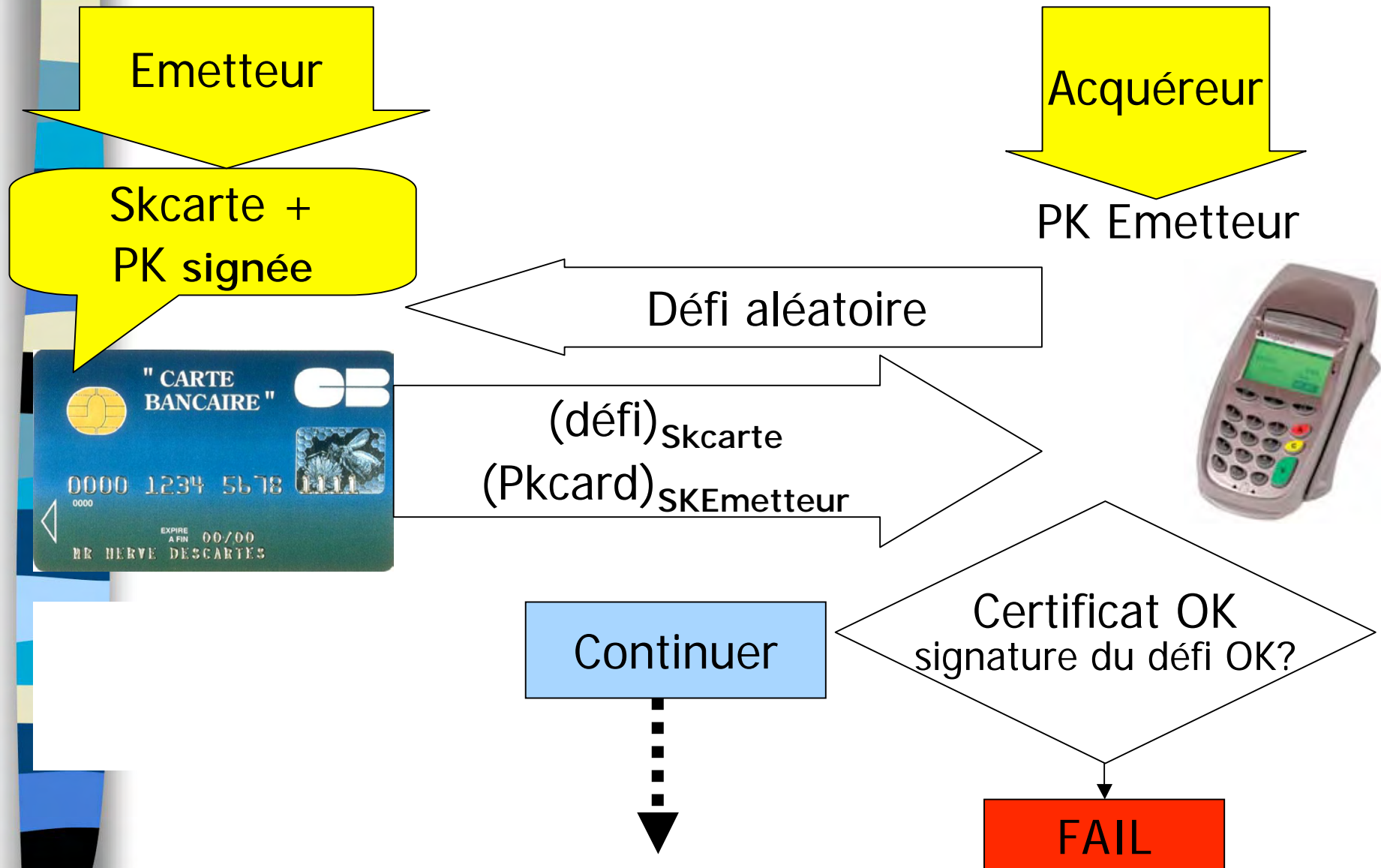




## Menaces: « Yes cards »

- La signature statique RSA est copiable
- Et des « clones » peuvent ainsi être utilisés et sont connus sous le nom de « yes-cards »

# Troisième niveau de sécurité: DDA



Conclusion :  
l'ubiquité  
de la cryptologie  
au XXIème siècle  
fondée sur des  
maths du  
XVIIIème/XIXème  
siècle

